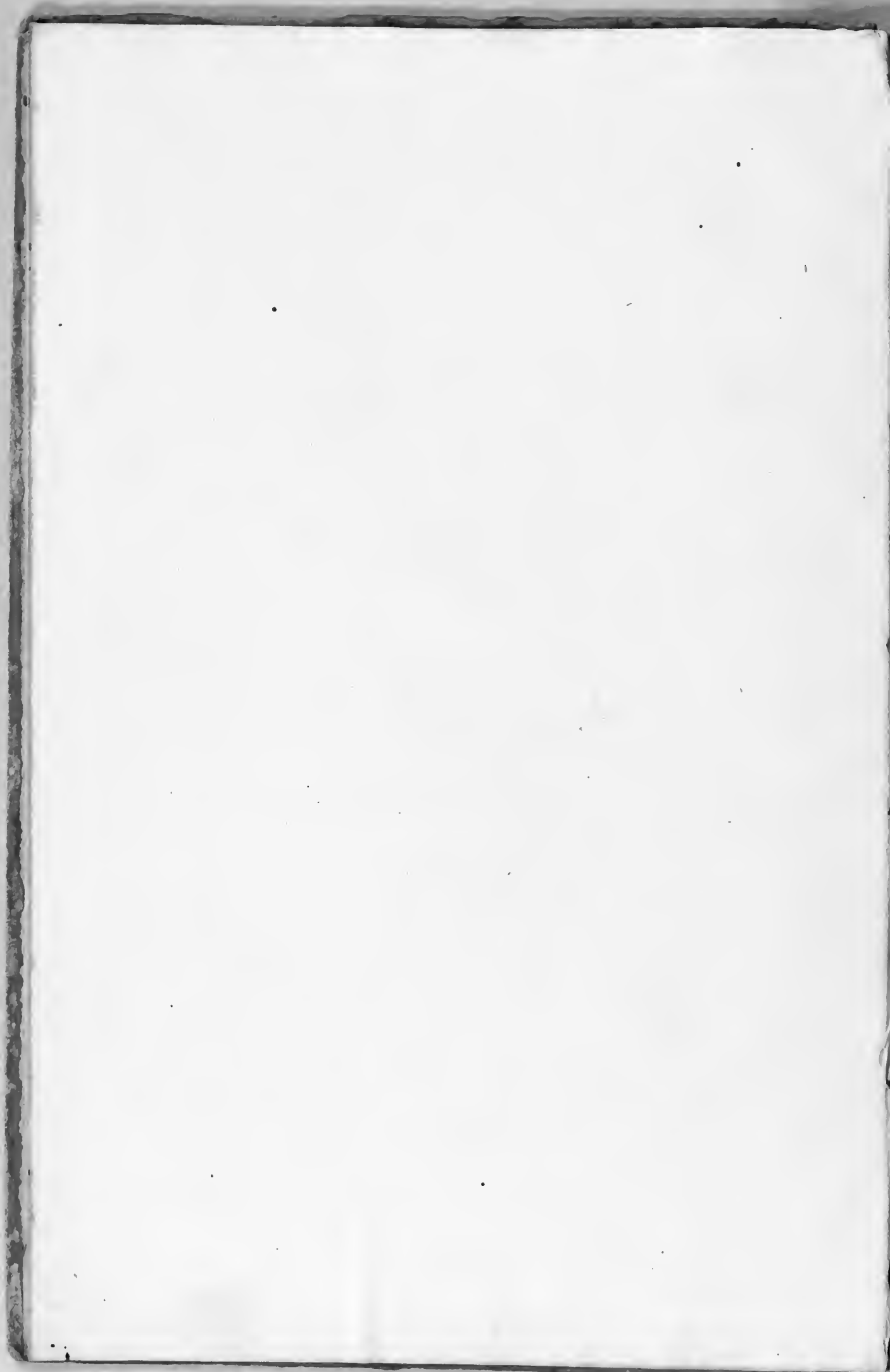


86132

JOHN CARTER BROWN
LIBRARY

Purchased from the
Trust Fund of
Lathrop Colgate Harper
LITT. D.



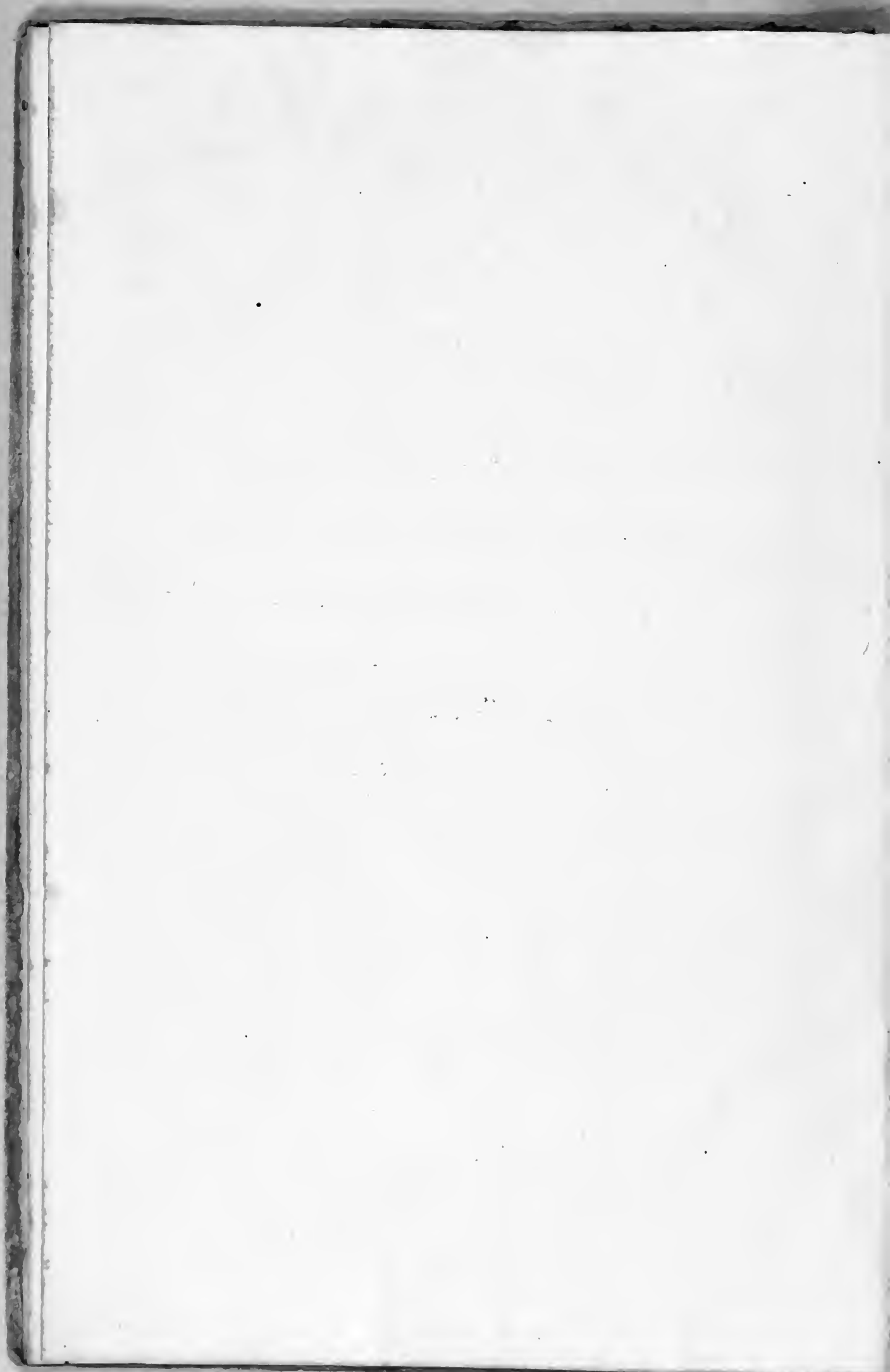


CONSTRUÇÃO, E ANALYSE
DE
PROPOSIÇÕES GEOMETRICAS,
E
EXPERIENCIAS PRACTICAS,
QUE SERVEM DE FUNDAMENTO
Á
ARCHITECTURA NAVAL.
IMPRESSA POR ORDEM
DE
SUA Magestade

E TRADUZIDA DO INGLEZ
POR ANTONIO PIRES DA SILVA PONTES
*Cavalleiro Professo na Ordem de S. Bento de Aviz , Capitão
de Fragata da Real Armada , e Governador da Capi-
tania do Espirito Santo.*



L I S B O A ,
Na Offic. Patriarcal de JOAÕ PROCOPIO CORREA DA SILVA.
A N N O M. DCC. XCVIII.



MUITO ALTO, E MUITO PODEROSO
S E N H O R.

A Bondade Augusta de VOSSA ALTEZA REAL, permite que cheguem, com acolhimento, aos seus Reaes Pés os mais humildes Vassallos de VOSSA ALTEZA REAL, assim como, as mais diminutas Produções litterarias, que tem por objecto, o adiantamento das Artes, e especialmente, as que tem immediata connexão com a Grandeza dos Reinos, e Dominios de VOSSA ALTEZA REAL, quaes são as da Marinha, tanto de Guerra, como a Mercante.

O presente *Traçtado de Construcção Naval* de *George Atwood*, traduzido do *Inglez*, para coadjuvar a *Instrucção dos Alumnos da Nova Classe de Engenheiros Constructores*, me servio de interina occupação no serviço de *VOSSA ALTEZA REAL*, em quanto não tenho a honra de ir exercer a *Commissão do Governo da Capitania*, que *VOSSA ALTEZA REAL* por *Sua Grandeza, e Magnanimidade*, foi servido confiar-me.

Aos Pés de *VOSSA ALTEZA REAL*, espero humildemente a *Graça de beijar a Mão a VOSSA ALTEZA REAL*, como

De VOSSA ALTEZA REAL

Vassallo o mais obrigado, e fiel criado

Antonio Pires da Silva Pontes Leme.

ADVERTENCIA

PARA A LEITURA DA MEMORIA.

DEvem encontrar-se nesta Memoria alguns termos, que he preciso definir; outros, que já estão classicos, e recebidos entre os nossos Constructores; dizemos, com elles, *corpos fluctuantes*, fallando daquelles corpos, cuja gravidade especifica, sendo menor que a do fluido, em que se collocaõ, não permite, que se mergulhem de todo na agua, e vão a pique; deste termo nasce o de *fluctuaçaõ*, que tomamos pela acçaõ de se conservar sobre a agua o corpo, que bóya; pelo mesmo principio, na Obra Classica, que existe, traduzida do Francez pelo Decano da Faculdade de Mathematica, e insigne Mestre da Universidade de Coimbra; e, pela linguagem dos Escolares da Faculdade, dizemos *fluctuar* por boyar; e quando se trata do equilibrio, se diz *fluctuar livremente*; *fluctuar em estado de quietaçaõ*; o que parece trazer huma contradicçaõ; mas como se precisaõ distinguir movimentos differentes do *corpo fluctuante*, que elle espontaneamente deve ter; até que se conserve só, com o relativo das ondas, ou do fluido; he tambem necessario dar *termos*, para significar estes differentes estados; assim, quando o corpo, que foi collocado no fluido, não o foi na situaçaõ do equilibrio, elle espontaneamente se revolve em differentes sentidos, até que se aquieta com o estado do fluido; ou seja de socego, ou seja de huma agitaçaõ qualquer, que he a mesma, com que permanece o corpo fluctuante; e este ultimo estado, chamaremos ao pé da letra do *Texto*, *fluctuar em estado de quietaçaõ*; ou por abbreviar, com o mesmo *Texto*, *fluctuar permanente*; *fluctuar em quietaçaõ*; a necessidade faz, que nas Faculdades Scientificas e nas Artes, as palavras percaõ a accepçaõ natural, para tomar huma particular, e individua, aliás o termo *fluctuar*, em Portuguez, he correspon-

dido por *float* no Inglez , assim como *floating* , he correspondido por *fluctuação* , e carecemos de *boyação* , *nadação* , e outros termos verbaes na nossa Lingua , e este foi o parecer de pessoas facultativas , que são versadas em huma , e outra linguagem. Talvez pelos cuidados de SUA ALTEZA REAL , e do seu Excellentissimo Ministro da Repartição , daqui a poucos annos não seja preciso dar huma satisfação desta innovação de termos , apparecendo muitos escritos Nacionaes , que ou os adoptem , ou substituaõ outros mais convenientes.

CONS.



CONSTRUÇÃO, E ANALYSE

D E

PROPOSIÇÕES GEOMETRICAS,

Que determinaõ a posiçaõ tomada por Corpos Homogeneos , que fluctuaõ livremente , e em repouso , ou estado de quietaçaõ sobre huma superficie fluida ; e que tambem servem para determinar a estabilidade dos Navios , e de outros Corpos fluctuantes ; lida por seu Author George Atwood , Cavalleiro , e Socio da Real Sociedade de Londres , em 18 de Fevereiro de 1796.

” **P** Ara indagar as posições , que tomaõ os corpos de substancia homogenea , que fluctuaõ livremente , e em repouso , sobre huma superficie fluida , he necessario , previamente formar huma justa idéa de todos os principios , de que dependem estas posições ” e vem a ser.

1.º A proporçaõ da parte mergulhada , com todo o volume do corpo fluctuante , (*) será sempre conhecida , *sendo dada a gravidade especifica* do solido , a respeito da do fluido ; porque , he huma lei sabida da Hydrostatica , que a parte mergulhada do solido , he para o volume total , na ração destas gravidades especificas.

2.º Póde ser que hum solido se mergulhe , hum sem numero de vezes , por differentes modos , em hum fluido , e tambem que a parte mergulhada inda seja para todo o volume , na ração dada das

(*) Sempre se entende homogeneos os corpos , quando senão diz o contrario.

das gravidades específicas, e elle nunca ficar *permanente* em *posição* alguma destas; a razão he manifesta.

3.º O corpo fluctuante he impellido para baixo, pelo seu peso, actuando na direcção da linha vertical, que passa pelo centro de gravidade delle; a pressão do fluido, porque o corpo he sustentado, na direcção da linha vertical, actua para cima, e he chamada *usualmente*, linha de esforço, ou de *apoio*; que passa pelo centro de gravidade da parte mergulhada; e sem que estas duas linhas coincidão, de maneira que, os dous centros de gravidade se achem na mesma linha vertical; he evidente, que o solido impellido desta maneira, se revolverá sobre hum eixo, até achar a posição, em que o equilibrio da fluctuação seja *permanente*, e fique em quietação.

Destas observações segue-se que, para determinar as posições, em que hum corpo fluctuante permanecerá em *quietação* sobre a superficie do fluido, he preciso saber a *gravidade específica* do corpo fluctuante, a fim de poder fixar á proporção da parte mergulhada com o todo.

2.º He preciso determinar por meios Geometricos, ou Analyticos, em que posições o solido se póde pôr sobre a superficie fluida, de modo que, o centro de gravidade do corpo fluctuante, e o da parte mergulhada, se achem na mesma linha vertical; em quanto huma dada proporção do volume todo, he mergulhada, para baixo da superficie do fluido.

Sendo determinadas estas condições particulares, evidentemente se reduz o estado do Problema a huma questão bem simples; mas aquellas condições não são sufficientes, para que não fique *indeterminado*; porque assim he; que está demonstrado, que o corpo fluctuante não póde estar em posição *permanente*, em quanto os dous centros de gravidade, de que fallamos, senão achão na mesma linha vertical; mas daqui não se segue, que todas as vezes que, estes dous centros de gravidade coincidirem na mesma linha vertical, e solido fluctuante, haja de ficar em quietação nesta *posição* (1).

Se-

(1) Quando se dá por verdadeira huma proposição, a sua inversa deve ser verdadeira, ou geralmente, ou com alguma excepção; distinguir os casos, em que

Segundo esta observação, devem-se assignar as posições, em que o solido estando mergulhado no fluido a huma profundidade, competente á gravidade especifica do fluido; e o centro de gravidade do solido, e o da parte mergulhada achando-se na mesma linha vertical; com tudo, o solido não fica *em quietação*, nestas posições, mas toma outras, em que vem a fluctuar constante, e *permanente*; para fazer isto evidente, basta huma prova muito obvia.

Supponhamos hum cylindro, cuja gravidade especifica he para á do fluido, em que elle fluctúa, como 3 para 4: e seja o eixo do cylindro, ou a sua altura para o diametro da base, como 2 a 1; se este cylindro fôr mergulhado no fluido, no sentido do seu eixo vertical, será mergulhado a huma profundidade, igual a diametro e meio da base; e em quanto este eixo for sustentado, na posição vertical, por huma força externa, o centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada, coincidirá na mesma linha vertical; mas o solido não continuará a *permanecer* nesta posição fluctuante, logo que, o apoio externo for removido; elle cahirá da sua posição vertical, e ficará fluctuando na posição horifontal; se o eixo do cylindro for metade, (em lugar de ser duas vezes) o diametro da base; o solido, sendo posto, como o eixo verticalmente, haverá de mergulhar á profundidade de $\frac{3}{8}$ de hum diametro, e permanecerá nesta posição, fluctuando em *quietação*.

E no caso do eixo não se pôr exactamente coincidindo com a vertical; mas em huma direcção, de qualquer modo inclinada a esta linha; o sólido mudará as suas posições, até que affente em permanecer com o seu eixo perpendicular ao horifonte. O cylindro posto em exame he obrigado, ou a fluctuar *permanecendo*, com o seu eixo na vertical, ou a voltar-se; conforme as differentes proporções entre o comprimento do eixo, e o diametro da base; aliás hum juizo exacto dos effeitos, que produz a alteração destas proporções, não se póde obter, senão por meios Mathematicos (o que se ha de con-

C

fi-

ella he verdadeira daquelles, em que falha, requer demonstração separada. Veja-se *Cousin sobre o maximo e minimo*, § 17. e seg. dos seus *Elementos*, ou das suas *Lições de Calculo differencial, e integral na I. Parte*, para esta Nota do Author.

fiderar nas folhas que seguem) mas para ter huma idéa geral da causa de huma differença, tão notavel nas differentes posições dos dous cylindros fluctuantes, basta dar attenção ás alterações, que tem lugar, todas as vezes, que na linha de esforço, que faz o fluido de baixo para cima, feneão acha tambem a vertical do centro de gravidade do corpo fluctuante; por pequeno que seja o angulo, que fação estas duas linhas. Porque, todas as vezes que a linha de *esforço*, que faz o fluido para cima, não passa pelo centro de gravidade do corpo fluctuante, esta força deve produzir hum movimento de rotação á roda do eixo horisontal, que passa pelo centro de gravidade do solido (*), e deve causar huma elevação nas partes do solido, que são mais proximas á linha de esforço do fluido, com o eixo de movimento; e por consequencia mergulhar as partes, que estão em sentido contrario, ou mais remotas da proposta linha de esforço, e do dito eixo de rotação; admittindo, ou concedendo, com tudo, que o solido tem o seu centro de gravidade, e o da parte mergulhada, precisamente na mesma linha vertical, e que huma pequena inclinação se actúa á roda do eixo de movimento, dependerá da posição da linha de esforço do fluido, o determinar, se, esta inclinação deve ser restituída por outra opposta, e que torne o solido á sua posição vertical, ou se ella deve ser augmentada; e nesse caso *revirar-se* o solido, com o movimento de rotação. Se a natureza do solido fluctuante, *pela sua figura*, he tal, que faça chegar-se a linha de esforço do fluido para as partes, que se mergulhárao; esta inclinação será contrapezada por outra em sentido contrario; porque a linha de esforço do fluido produz hum movimento angular, em sentido contrario á aquelle, em que o solido foi inclinado; mas se a *figura do solido* he tal, que a linha de esforço do fluido, se avizinha para as partes do solido, que foraõ elevadas, por esta inclinação; entao a força de *pressão* no sentido contrario, ou como dizemos, a linha de *esforço* do fluido, continuará a augmentar a inclinação; ou por outros termos fará emborcar-se o solido, e mudar a sua posição; até que, se estabeleça em alguma outra, em que o equilibrio das suas partes seja *permanente*. Deve-se pois observar que

(*) Veja-se Hydrodynamica de Bossut, traduzida do Francez, n. 168. Compendio da Universidade:

que o solido se conserva fluctuante, em huma *posição dada*, sómente, porque, a mais pequena inclinação desta posição, gera huma força, pela qual ella he immediatamente contrabalançada; e o solido se restitue á sua posição vertical; e por conseguinte, em quanto a inclinação (por pequena que seja) he contrapezada, não póde ter lugar huma deviação, ou apartamento sensível da vertical: Nos casos de *instabilidade*, o solido se emborça, ou revira, inda que seja posto no fluido, com o centro de gravidade do solido, e o da parte mergulhada na mesma linha vertical; porque, a mais pequena deviação, ou inclinação desta posição produz força, pela qual se augmenta esta inclinação. E porque varias causas embaraçam o poder-se prevenir, que os centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada se ajustem na vertical, com huma precisão Mathematica; segue-se que a mais leve inclinação a cima referida, deve subsistir necessariamente; e sendo continuamente augmentada, pelo esforço do fluido, se torna em hum sensível movimento de rotação, pelo qual o solido se emborça, e tira da sua posição vertical.

Em hum, e outro caso; ou o solido fluctue *permanente*; ou se emborque voltando; se elle está posto na superficie, de maneira que, o seu centro de gravidade, e o da sua parte mergulhada, se achem em huma mesma linha vertical, o solido se diz estar em huma posição de *equilibrio*; e destas observações se colhe, que ha tres especies de *equilibrio*, em que póde estar situado o solido, quando os dous centros de gravidade, se achão na mesma linha vertical.

1. O equilibrio de *estabilidade*, em que o solido fluctua *permanente* em huma posição dada.

2. O equilibrio de *instabilidade*, em que não obstante achar-se o centro de gravidade do solido, e o da sua parte mergulhada na mesma vertical, *por si mesmo* se volta, e emborça; faltando-lhe huma força externa.

3. A terceira especie de equilibrio; sendo esta, hum meio entre os dous primeiros, se chama equilibrio de *indifferença*, ou equilibrio *insensível*; com o qual, o solido descansa no fluido, com *indifferença* para o movimento; sem tendencia para se endireitar a si mesmo, quando he inclinado, ou inclinar-se tambem por si mes-

mo

mo, quando está vertical. Estas diferentes especies de *equilibrio* melhor se percebem, recordando-se do que dissemos, do cylindro, posto na superficie do fluido, com o seu eixo vertical; *se o eixo he duplo do diametro da base, o solido se volta, por ser o equilibrio desta posição o de instabilidade*; mas se o comprimento do eixo, em lugar de ser o duplo, he sómente a metade do diametro da base, *o solido fluctúa permanente com o seu eixo vertical*; daqui parece evidente, que ha de haver alguma razão intermedia, entre o eixo do cylindro, e o diametro da base, maior que 1 : para 2 : e menor que 2 : para 1 : a qual corresponderá ao caso medio, em que acaba a *estabilidade*, e começa a *instabilidade*: este he justamente o equilibrio de *indifferença*, ou equilibrio *insensivel*.

Quando hum corpo solido fluctúa *permanente* na superficie de hum fluido, e ha hum força externa, tendente a desviallo da sua posição recta, a resistencia opposta a esta inclinação, ou deviação, se chama *estabilidade de fluctuação*.

He hum experiencia bem vulgar, que alguns corpos fluctuantes, são mais facéis de se inclinar, que outros, ou, como dizem dos navios, mais doces da borda; e tambem alguns, que depois de soffrerem a inclinação, tornaão á sua situação horisontal, com força, e *celeridade* maior que outros; hum differença particularmente observada em navios, que vaão em *conserva*; alguns dos quaes com o mesmo pano, e mesmo vento, se desviaão mais da perpendicular, que outros, com maior, ou menor inclinação, causada por igual impulso. Mas como a propriedade de oppor *resistencia* ao dar a borda, nos navios; (inda quando não he excessiva esta qualidade) se julgou de consequencia importante, na construcção naval; alguns, dos mais illustres Geometras, se applicárao a achar regras para a *estabilidade* dos navios, *dado o seu pezo, e dimensões, sómente*; independente das experiencias. Deve-se tambem saber que, os theoremas dados sobre este assumpto, nas Obras de Mrs. Bouguer (1) Euler (2), e Frederico Chapman (3), e outros Authores, pa-

ra

(1) Bouguer Liv. I. Secç. III. Cap. IV.

(2) Euler Theorie complete de la Construction & Manœuvre des Vaisseaux Chap. IV. V.

(3) Traité de la Construction des Vaisseaux por Fred. Chapman.

ra determinar a *estabilidade* dos navios, são fundados na hypothese, de que as inclinações destas posições *permanentes*, e *eslarveis*, são *infinitamente pequenas*, ou quantidades *desvanecentes*; ou no sentido práctico muito pequenas; mas como se sabe que os navios inclinam-se debaixo dos angulos de $10.^{\circ}$, $20.^{\circ}$, ou tambem $30.^{\circ}$; nasce naturalmente hum dúvida, de como podem ter lugar as regras dadas debaixo da condição, de que os angulos de inclinação, se reputam quantidades desvanecentes (*), quando se vê que as inclinações são tão grandes? Para pôr esta materia em toda a sua luz, ponhamos hum exemplo. Supponhamos dous navios, que sejam do mesmo pezo, e dimensões, excepto que os lados de hum destes vasos, tenham maior chaço de caverna, que os do outro, começando estes desde a linha d'agua para baixo. Conforme os Theoremas de Bouguer, e outros Authores, a Estabilidade deve ser a mesma em ambos os navios; o que de facto he verdade, suppondo que as suas inclinações com a perpendicular, são muito pequenas; mas quando o navio adorna com hum angulo de $15.^{\circ}$, ou $20.^{\circ}$, as estabilidades dos dous navios devem ser muito differentes. Do mesmo modo, suppondo, que a estabilidade do navio *A*, he maior que a do navio *B*, quando os angulos de inclinação forem muito pequenos; pôde succeder em casos, faceis de imaginar, que o navio *B*, venha a ter maior estabilidade que o navio *A*, quando ambos os navios se inclinarem debaixo de hum angulo consideravel.

Concedendo pois, que a Theoria da Statica, se pôde applicar com algum proveito á prática da Architectura Naval, parece necessario, que as regras para determinar a estabilidade dos vasos, se deverão extender aos casos, em que os angulos de inclinação se considerem de hum grandeza comparavel, á que se observa na prática da navegação.

Quando hum solido he collocado na superficie de hum fluido; mais leve, a huma profundidade, *correspondente* ás suas gravidades relativas, elle não pôde mudar a sua posição pela acção do seu pezo, e do *esforço vertical* do fluido, senão rotando sobre algum eixo horizontal, que passe pelo centro de gravidade do corpo fluctuan-

D

te;

(*) Veja-se Carnot, Reflexões sobre a Methaphysica do calculo infinitesimal, traduzido do Francez por Ordem de Sua Alteza Real, pag. 31. § 41. 42.

te; em huma direcção, parallela ao Horifonte. Varios eixos podem passar pelo centro de gravidade dos corpos fluctuantes, no sentido horifontal. Mas porque o movimento do solido, a respeito de hum eixo sómente, póde ser assumpto da mesma questão, (salvo nos casos extremos, que senão consideraõ neste lugar) e a figura do corpo fluctuante, e o particular objecto da indagação, assim o requeiraõ. Convem determinar a qual destes eixos se refere o movimento do solido, quando elle muda a sua posição: Supponhamos hum paralelepipedo de madeira, com os seus angulos em esquadria (*), a gravidade especifica, do qual seja para a da agua como 1: a 2: e que se haja de collocar, com huma das suas faces planas, parallelas ao horifonte sobre a superficie d'agua; (considerando-se muito maior o comprimento que a largura delle) não terá lugar o movimento de rotação a respeito do eixo transversal (**), pelo qual as extremidades do taco, ou soliva de madeira se levantem, ou mergulhem no fluido; mas o dito solido, deixado a si nesta experiencia, se voltará espontaneamente á roda do eixo mais comprido, mudando as suas posições, até que descance com hum angulo para cima, digo huma aresta, ou quina para cima.

Do mesmo modo, se este solido se puzer horifontalmente, e no fluido com huma aresta para o alto; elle não mudará espontaneamente a sua posição; mas se hum dos extremos do taco de madeira se forçar a erguer-se, e a outra ponta, ou extremo se mergulhar inclinando o eixo maior para baixo do horifonte, logo que a força externa o deixar livre, o taco se começará a revolver no sentido transversal do eixo horifontal, que passa pelo centro de gravidade, e perpendicular ao eixo maior; até que descance em tal posição, que fique horifontal o dito eixo maior. Estas são as experiencias, em que a figura do corpo, e a particular natureza do caso determinaõ o eixo, ao redor do qual, o solido se revolve, em quanto elle muda a sua situação na superficie do fluido; este eixo he chamado, por causa de o distinguir, eixo de movimento.

Tendo-se determinado o eixo de movimento, ao redor do qual

o

(*) Entende-se hum paralelepipedo rectangulo.

(**) Entende-se o eixo menor por transversal, á roda do qual não haverá movimento de rotação, mas apenas oscillação.

o solido se revolve, em quanto muda de situação; e sendo conhecida a gravidade específica; parece pelas observações antecedentes, que se virão a achar as posições da flutuação *permanente*; 1.º por ter achado algumas posições do equilibrio, por onde o solido se concebe passar, durante as suas oscillações á roda do eixo de movimento; 2.º por determinar, em quaes destas posições o equilibrio he *permanente*; e em quaes dellas elle he momentaneo, e *instavel*.

Continuando a indagar os principios, que faõ o objecto da presente questaõ, será conveniente, no primeiro caso, suppor o corpo fluctuante, hum solido homogeneo de figura regular symetrica; e uniforme nas suas dimensões, a respeito do eixo de movimento, que passa por meio d'elle. Se imaginarmos, que hum tal solido he cortado por planos verticaes, na direcção perpendicular ao eixo de movimento, as secções destes planos com o solido, feraõ áreas precisamente iguaes, e semelhantes.

Seja na Fig. I. o plano $EDHF$, que represente a secção vertical de hum tal solido, que passe pelo centro de gravidade G , na direcção perpendicular ao eixo de movimento: o solido fluctue sobre a superficie do fluido $IABL$; por tanto $ADHB$ representa a parte mergulhada para baixo da superficie do fluido; O he o centro de gravidade da parte mergulhada, e a linha GOC se considere perpendicular á linha horisontal AB . Nós podemos agora suppor, que este solido se inclina á roda do eixo de movimento, desviando-se da sua primeira posição, pelo angulo KGS (1) (Fig. II.), de maneira que

(1) » Quando esta inclinação tem lugar, o centro de gravidade G , pelo qual passa o eixo de movimento, não he de necessidade fixo; mas evidentemente deve mudar em muitos casos; porque o volume total mergulhado antes da inclinação, he sempre igual áquelle, que he mergulhado depois da inclinação; e por este motivo deve succeder huma semelhante mudança do centro de gravidade: o movimento porém do eixo, e do ponto G , he totalmente independente do raciocinio que fazemos, tanto nesta, como nas seguintes investigações, e construcções: o objecto das quaes, he determinar o movimento angular á roda do dito eixo, e outras consequencias differentes, sem connexão com o movimento mesmo do eixo. Preferimos metter aqui esta nota ao concertar huma construcção, para exprimir a alteração que póde haver na posição do eixo, a qual teria só o effeito de embarçar a construcção com linhas, sem proveito para o essencial das idéas. »

que a linha KC , que antes era vertical, agora se transfira á posição SL , que he inclinada á linha vertical KC , com o angulo KGS : e do mesmo modo a linha AB , que antes era horifontal, se transfira a coincidir com a linha IN ; inclinando-se pelo angulo NXP , que he igual a KGS : e consequentemente. O espaço todo $ADHB$ se transferio, de maneira, que veio a coincidir com o espaço $IRMN$; e o volume mergulhado, he $WRMNP$; se na linha SL , se toma GE igual a GO , he evidente que em consequencia da inclinação, o ponto O , que he o centro de gravidade do espaço $ADHB$, será transferido ao ponto E , o qual he o centro de gravidade de igual espaço $IRMN$, e o *esforço* do fluido haverá de actuar sobre o solido, na direcção de huma linha vertical, que passe pelo ponto E , se o espaço $IRMN$ for o volume mergulhado; mas em consequencia da inclinação do solido pelo angulo KGS , o volume NXP , que antes estava a cima da superficie do fluido, agora será mergulhado para baixo della; e o volume IWX , que antes estava por baixo da superficie, será elevado para cima delle. He evidente que em ambos estes casos, ou seja pela addição do volume NXP , ou pela subtracção do volume IWX , o centro de gravidade E do espaço $IRMN$ será transferido para a banda das partes do solido mais mergulhadas dentro do fluido, em consequencia da inclinação.

Supponhamos o centro de gravidade do volume mergulhado $WMRP$, estar situado no ponto Q : por Q passe QS parallela a GO ; pelo ponto E tire-se EY , perpendicular a SQ , e pelo ponto G , tire-se GZ perpendicular a SQ . Então, porque o ponto Q he o centro de gravidade da parte mergulhada; o esforço do fluido deve actuar-se na direcção da linha vertical QS , com huma força igual ao pezo do corpo; e pelos principios de mechanica, deve produzir o effeito, de fazer girar o corpo ao redor do seu eixo, do mesmo modo que, se fosse applicada immediatamente no ponto Z , actuando na direcção QS . Donde se colhe, que o effeito do esforço do fluido, obrando na linha vertical, que passa pelo centro de gravidade Q , não depende da absoluta posição deste ponto, mas da distancia perpendicular GZ , entre as duas linhas verticaes GO , e SQ , sómente; havendo de indagar, por construcção geometrica, algumas das posições, que os corpos tomaõ sobre a superficie de hum fluido, e a sua estabilidade de fluctuação, não será necessario de-

ter-

terminar a absoluta posição do ponto Q , ou o centro de gravidade da parte mergulhada; sendo suficientes para obter todos os resultados, que se requerem, a distancia perpendicular GZ , entre as duas linhas verticaes, que passaõ pelos centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada.

A parte mergulhada, antes da inclinação do solido se effectuar he $ADHB$; e quando o solido se inclina pelo angulo KGS , a parte mergulhada he $WRMP$, que he o volume $IRMN$, diminuido pelo espaço IWR , e augmentado pelo espaço NXP . Mas porque o volume mergulhado dentro do fluido, deve ser da mesma grandeza, sempre; porque o pezo do solido não se altera pela inclinação; segue-se que, quando de huma parte do solido se augmenta a quantidade mergulhada para baixo da superficie do fluido; da outra se levanta igual parte para cima da mesma superficie; por conseguinte seja qual for a posição do ponto de intersecção X , o volume IXW , deve ser igual ao volume PXN . Supponhamos, que a he o centro de gravidade do espaço IXW , e que d seja o centro de gravidade do espaço NXP ; entãõ a parte mergulhada $WRMP$, he igual ao espaço IWX , considerando-o, como todo concentrado no ponto a , e augmentado de outro espaço igual NXP , concentrado no ponto d . Consequentemente o centro de gravidade Q do espaço $WRMP$ virá a estar à huma semelhante distancia do ponto E , centro de gravidade do espaço $IRMN$, que corresponde á alteração motivada da subtracção do volume IWX , concentrado em a , do outro concentrado em d .

Eltes sãõ os *dados*, pelos quaes se ha de determinar a distancia GZ , das duas linhas verticaes KO , SQ , que passaõ pelos centros de gravidade G , e O , na maneira seguinte; pelos centros de gravidade a , e b tirai as linhas ab , dc perpendiculares á linha horisontal AB , pelo ponto E , tirai a linha indefinida EY , parallela a AB , e nesta linha EY , tomai huma parte ET , tal, que ET seja para a linha bc , assim como o volume IWX , ou o seu igual NXP , he para todo o volume mergulhado $WRMP$, ou $ADHB$; pelo ponto T , achado deste modo, tirai a linha FTS , parallela á linha vertical GO . O centro de gravidade Q da parte mergulhada, se achará em algum ponto da linha FS ; e porque ER , he para EG , como o seno do angulo dado de inclinação, he para o rayo a li-

nha $GO = EG$ devendo suppor-se dada; a linha ER , será conhecida, e tirando-a de ET , que se achou primeiro, o resto RT , ou GZ será a distancia perpendicular entre as duas linhas verticaes, que he o que se queria determinar pela construcção Geometrica.

A demonstração desta construcção, se funda em hum principio elementar de Mechanica, que vem a ser. *O centro de gravidade de hum systema de corpos*, (considerados elles como pontos pezados, ou centros de gravidade) *sendo dado de posição; se hum dos corpos se mover do seu lugar, em qualquer direcção dada, o movimento correspondente do centro de gravidade commum, será para o movimento do dito corpo*, (contado na mesma direcção) *assim como o peso do corpo, que se moveo, he para o peso do systema todo...* Appliquemos a proposição. O volume $IRMN$ (Fig. II.) deve-se considerar como hum systema de corpos, cujo centro commum de gravidade he E . Hum dos corpos, que compoem este systema, v.g. o volume TWX , concentrado no ponto a se transfere em consequencia da inclinação do solido, pelo angulo SGK , do ponto a para o ponto d , no qual o volume igual NXP , está concentrado; este terá o effeito de dar movimento ao centro commum de gravidade do systema E . Mas he preciso achar o quanto mudou a posição do centro commum de gravidade do systema, na direcção EY , parallelamente a AB ; que he a direcção supposta ser dada na proposição. O movimento do centro de gravidade a , de a para d , supposto na direcção horizontal, he bc : Logo, (segundo a proposição de Mechanica), assim como o volume $WRMP$, ou $ADHB$, he para o volume IWX , ou NXP ; assim he a linha bc para ET , movimento correspondente do centro de gravidade E , contado na direcção horizontal; consequentemente se huma linha FTS se tira pelo ponto T , parallelamente á linha vertical GO , o centro de gravidade da parte mergulhada Q , deve estar situado em algum ponto da linha FTS : tirando de ET a linha ER , (que he o seno do angulo dado de inclinação EGO , quando EO he o rayo) o resto será a linha RT , ou GZ , que vem a ser a distancia entre as linhas verticaes GO , SZT , que passam pelos centros de gravidade G , e Q como pela construcção se determinou:

Seja o volume todo da parte mergulhada representado por V ;
se-

seja NXP aquelle espaço, ou volume, que se mergulha, só por effeito da inclinação, representado por A ; seja $GO = d$, e o seno da inclinação $KGS = s$; (contando o rayo como 1) de mais seja $bc = b$, logo pela proposição fundamental temos $b:ET::V:A$, donde se acha $ET = \frac{b \times A}{V}$; e porque temos $ER:EG$, ou seu igual $:GO::S:I$, teremos $ER = ds$;

$$\text{donde } RT = ET - ER = \frac{bA}{V} - ds = GZ;$$

Este resultado suppoem, que a figura do solido fluctuante, he symmetrica, e uniforme a respeito do eixo de movimento; se o solido for de huma figura irregular, a construcção, e demonstração será precisamente a mesma, que no caso precedente; tendo attenção pelas condições particulares. O volume, ou espaço mergulhado, em consequencia da inclinação, não será já representado pela área NXP , mas pela conveniente á sua particular solidez, e dimensões do proprio volume; e demais os centros de gravidade dos volumes PXN , IXW , não corresponderão agora com os centros de gravidade das áreas PXN , IXW ; mas se devem achar pelas regras fábidas; ou pelos methodos de aproximação, pelos quaes a posição do centro de gravidade (*), he determinado nos corpos solidos.

O angulo de inclinação KGS he dado pela supposição, e o solido constando dos volumes iguaes, denotados por IXW , NXP , com a distancia bc dos centros de gravidade a , e d , contados na direcção da linha horizontal AB , tendo sido tambem determinados, faça-se o volume $NXP = A$; e $bc = b$; as outras quantidades, conservando a sua significação como antes; a distancia perpendicular $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, será conhecida. Deve-se observar que esta proposição, em geral, he applicavel, tanto aos solidos heterogeneos, como aos homogeneos.

Por esta proposição se determina a *estabilidade dos navios*, e de

(*) Veja-se os Artigos, ou Numeros de 137, até 151 do Compendio do Abade Maria, e o methodo célebre de Clairaut, que não deixou nada a desejar.

de outros corpos fluctuantes, sobre a superficie de hum fluido, e com qualquer angulo de inclinação, sobre a posição dada do equilibrio. Para ter a medida da *estabilidade*, ella he precisamente *hum* *força igual á pressão do fluido*; que he igual ao pezo do vaso (*) applicado perpendicularmente á distancia GZ do eixo de movimento: para inclinar o solido á roda deste eixo.

Da mesma proposição, se devem deduzir as differentes posições, que tomão os corpos, fluctuando livremente sobre a superficie de hum fluido; em alguns casos por construcção Geometrica; em outros pela Analyse; aliás he facil de observar, que para determinar as differentes posições, em que o corpo fluctuará *permanente*, sobre a superficie fluida, se deve saber de antes a razão das gravidades especificas, a fim de fixar á proporção da parte mergulhada com o todo; em segundo lugar todas as posições, em que o solido fica em *quietação*, sobre a superficie do fluido, tendo o centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada na mesma linha vertical, se devem tambem determinar (**). A expressão geral para a linha RT (Fig. II.), ou GZ , he $GZ = \frac{bA}{V} - ds$; e fa-

zendo a quantidade $\frac{bA}{V} - ds = 0$, teremos huma equação, da qual se póde tirar hum, ou mais valores de s = ao seno do angulo, porque o solido se inclinou da posição do equilibrio, quando a linha $GZ = 0$; o que succede quando os dous centros de gravidade G e Q , são segunda vez situados na mesma vertical; ou por outros termos, quando o solido se acha outra vez em huma posição de equilibrio.

Por este modo de proceder, todas as posições de equilibrio se pódem determinar; e sómente resta o conhecer, em qual destas posições o equilibrio he permanente; e em qual dellas he momentaneo, e *instavel*.

Esta circumstancia dependerá das especies de equilibrio, em que

(*) O pezo do vaso, comprehende o pezo do navio, e da carga, e lastro.

(**) He necessario ter sempre em vista o objecto do Author, que he determinar as transições, que faz o corpo fluctuante de hum estado de equilibrio para outro.

que o solido he originariamente collocado , antes da inclinação ; que por causa de maior clareza , em quanto se notaõ os principios da *estabilidade* , se devem suppor conhecidos ; quando aliás as regras para discutir este ponto , não tem inda sido consideradas ; mas se haõ de demostrar nas paginas , que seguem immediatamente. Tomando pois como conhecidas as especies de equilibrio , em que o solido foi collocado originariamente na superficie do fluido , he preciso , que este equilibrio se supponha *permanente* , ou equilibrio de *estabilidade* ; e convem que o solido se conceba inclinado á roda do eixo do movimento , debaixo de hum angulo dado A , até que elle seja , segunda vez , situado em huma posição de equilibrio ; no qual caso tornarão a estar na mesma linha vertical o centro de gravidade do corpo , e o da parte mergulhada. Porque durante esta inclinação , o esforço vertical do fluido obra com huma acção proporcional á linha RT , ou GZ , (Fig. II.) para diminuir a distancia angular da *posição original do equilibrio* ; segue-se , que a mesma força deve actuar no solido de modo , que augmente a inclinação , ou distancia angular da segunda posição de equilibrio , em que o solido se estabeleceo *permanente* , depois que se inclinou por hum angulo inteiro A , ou huma parte do dito angulo , desviando-o da sua *originaria situação* ; das quaes observações segue-se que , a segunda posição do equilibrio foi a de *instabilidade* (*), e discorrendo do mesmo modo , se demonstra que se a originaria , ou primitiva posição de equilibrio foi o de *instabilidade* , logo que o solido , revolvendo-se ao redor do seu eixo horizontal , se collocar em huma segunda *posição de equilibrio* , e houver de permanecer nella ; este , he o de *estabilidade* , nesta segunda posição. E em geral , quando o solido fluctuante se volta á roda do seu eixo horizontal , e passa por differentes posições de equilibrio , as de estabilidade , e instabilidade são alternadas

F

das

(*) Colhe-se das observações , (pag. 4. e 6) que quando o solido fluctua em posição de permanente equilibrio , e he desviado desta posição por hum pequeno angulo a acção do esforço do fluido , obriga o solido a revolver-se ao redor do seu eixo , em huma direcção contraria á inclinação ; e se o equilibrio he o instavel , a mesma força da pressão vertical do fluido , augmenta a inclinação ; este ultimo caso , corresponde ao de equilibrio , obtido depois que o solido voltou pela quantidade do angulo A todo inteiro.

das ; não seguindo immediatamente qualquer das especies de equilibrio , outra da sua mesma especie.

A fim porém de achar a posição , que o solido deve tomar , depois que foi desviado de huma situação de equilibrio *instavel* , he sómente preciso conhecer o angulo de inclinação , pelo qual o solido se ha de voltar sobre o seu eixo horizontal , afastando-se da situação dada ; de maneira que , a distancia GZ (Fig. II.) entre as duas linhas verticaes , que passam pelo centro de gravidade do solido , e o centro de gravidade da parte mergulhada , seja huma quantidade *desvanecente* , ou igual a nada. He necessario em ultimo lugar determinar ; se a posição originaria , dada , de equilibrio , he a da estabilidade , ou instabilidade. Este ponto se deve avaliar , recorrendo ao valor geral , que se achou para exprimir a distancia entre as duas linhas verticaes GO , ST , (Fig. II.) ; ou $GZ = \frac{Ab}{V} - ds$. Tome-se na linha ER hum ponto t , e por t tire-se qtz , parallelamente a GO . Em quanto o comprimento de $\frac{bA}{V} = ET$ he maior que $ds = ER$, o ponto Z , e a linha de esforço QZ , cahirão entre o eixo , e as partes do solido , que são mergulhadas , por effeito da inclinação ; em consequencia do que haverá o equilibrio da *estabilidade* ; e toda a vez que $\frac{bA}{V} = ET$, he maior que $ds = ER$, o ponto q , e a linha de esforço qz cahirão no lado opposto do eixo , causando então , hum equilibrio de *instabilidade* (*). A equação de que a cima fallamos $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, sendo applicada aos casos particulares , haverá sempre de determinar qual dos dous equilibrios tem lugar ; se o *permanente* , ou se unicamente o momentaneo , e *instavel*. Tendo attenção a tomar como quantidade desvanecente o valor de s , ou o seno de inclinação da posição dada , de equilibrio ; porque o solido , *huma de duas* , ou deve continuar na fluctuação *permanente* , ou se deve voltar , segundo as circumstancias , que lhe assistem , quando elle he desviado da sua primeira posição de equilibrio

(*) Pag. 6.

brio , por effeito do mais pequeno angulo. A applicação da condição enunciativa , deve fazer que a expressão geral tome a fórma propria para o caso particular , que em ultimo lugar se deve attender.

E usando ainda da (Fig. II.), $ADHB$ represente a Secção vertical de hum corpo fluctuante , a qual passe na direcção perpendicular ao eixo de movimento ; supponhamos outra Secção , parallel a esta , e muito proxima della ; estes dous planos comprehenderão huma pequena porção de solido entre si ; e porque , conforme as condições do caso , a inclinação KGS , ou NXB he quantidade desvanecente , o seno deste angulo (que foi designado pela letra s) deverá tambem tornar-se quantidade desvanecente ; e porque o espaço , ou volume , mergulhado , em consequencia da inclinação , que he NXP , he igual ao volume elevado sobre a superficie IXW , e os angulos NXP , IXW são verticaes ; o ponto de intersecção das linhas IN , e AB , que he o ponto X , divide em duas partes iguaes a linha AB , e os pontos P , B , e N coincidirão. Por este calculo a área desvanecente NXP será = $\frac{\overline{XB}^2 \times s}{2} = \frac{\overline{AB}^2 \times s}{8}$; e se introduzimos z para representar huma li-

nha , que passe pelo meio do solido , de nivel com a superficie do fluido , e parallel a seu eixo horizontal maior , à porção desvanecente do solido interceptado , pelos dous planos adjacentes , será $\frac{\overline{AB}^2 \times s}{8} \times z$: a distancia perpendicular do centro de gravidade des-

te solido desvanecente ao ponto , X he $\frac{1}{3} AB$; mas se no pre-

sente caso se procura assignar , a que *distancia* da linha horizontal , que passe pelo ponto X , se acha o centro de gravidade do volume inteiro , mergulhado por effeito da inclinação ? e que he o centro commum de gravidade de todos os solidos desvanecentes

$\frac{\overline{AB}^2}{8} \times s z$, e correspondentes ao comprimento total z . Esta *dis-*

tancia se deve obter pelas regras sabidas da *Mechanica* , que he „ multiplicando os elementos desvanecentes deste solido , com
„ si-

„ fiderados como concentrados no centro de gravidade delles, pe-
 „ la distancia deste centro á linha dada, e dividindo a somma dos
 „ productos pela somma das massas; „ o resultado será a distan-
 cia do centro commum de gravidade, á linha horizontal, que pas-
 sa pelo ponto X , parallela ao eixo; e porque o solido desvanecente

que pertence ao differencial, ou fluxão z he $\frac{\overline{AB} \times s \times \dot{z}}{8}$, e a

distancia do seu centro de gravidade ao ponto $X = \frac{2XB}{3}$, ou $\frac{AB}{3}$,

o producto da multiplicação do solido, pela distancia do seu cen-
 tro de gravidade á linha horizontal, dada, que passa pelo ponto X

será *fluente* de $\frac{\overline{AB} \times s \times \dot{z}}{24}$, e a somma de todos estes produ-

ctos correspondente ao comprimento total da linha z será *fluente*

de $\frac{\overline{AB} \times s \times \dot{z}}{24}$; (*) e assim como a distancia do centro commum

de gravidade do volume mergulhado á linha horizontal, que passa

pelo ponto X , he *fluente* de $\frac{\overline{AB} \times s \times \dot{z}}{24A}$; do mesmo modo a dif-

tancia do centro commum de gravidade do volume elevado sobre
 a superficie, pela inclinação do plano dado, se mostra ser *fluente* de

AB

(*) Na Escola Inglesa, ou Newtoniana se dá o nome de fluxão, ao que na
 do Continente, ou de Leibnitz se chama *differencial*, e se chama calculo das flu-
 xões, o que estes chamaõ calculo differencial; da mesma fórte os Ingleses chamaõ
 fluente, a quantidade, que os outros chamaõ *integral*, e o que aquelles chamaõ
 calculo das fluentes, estes chamaõ calculo integral; assim variaõ tambem na ca-
 racterística, porque Newton, para mostrar que a variavel admite aquelles au-
 gmentos, ou diminuições, escreve-lhe hum ponto em cima, do modo seguinte
 (\dot{x}) , e para notar segunda differença dous pontos, para terceira tres pontos, v.g.
 \ddot{x} , \ddot{x} , \ddot{x} , e para dizerem integral em lugar do S , ou Σ , de que usão os do
 continente, para significar somma, elles escrevem *Fluent*; no fundo não tem diffe-
 rença os resultados, inda que na Methaphysica do calculo tenham sido célebres os
 litigios, e por isso guardaremos as mesmas expressões do original, satisfazendo com
 esta Nota.

$\frac{\overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{24A}$; e conseguintemente a distancia entre os dous centros de gravidade contada na linha horizontal, ou bc (Fig. II.) = $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{12A}$: este valor sendo substituido por b na equação acima $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, obteremos o resultado seguinte,

$$GZ = \frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{12V} - ds, \text{ que he huma expressão para}$$

determinar, em geral, se o solido, quando he collocado sobre o fluido, em huma posição conhecida, fluctuará em *permanencia*, ou se voltará, fazendo o seno do angulo de inclinação, ou $s =$ a huma quantidade desvanecente; porque, quando $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{12V}$ he maior que ds , e a linha de esforço, que passa pelo ponto z estiver da parte opposta do eixo; e conforme á determinação precedente (pag. 4.); o solido neste caso se voltará.

Pois que quando a *fluente* de $\frac{\overline{AB}^3 s \dot{z}}{12V}$ (Fig. II.), he maior que ds , o solido fluctúa permanente; e quando ds he maior que $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 s \dot{z}}{12V}$, então o equilibrio he o de *instabilidade*; se-

gue-se que quando $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 s \dot{z}}{12V} = ds$, [pela resolução da

equação $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3}{12V} = d$,] se obterão, hum ou mais limites;

(dependentes das dimensões, e da gravidade especifica do solido)

(*) para por meio delles, separar os casos, em que o solido fluctúa com *estabilidade*, dos outros em que o equilibrio he *momentaneo*,

G

e

(*) Depende das dimensões o número das raizes. Veja-se *Bezout Theorie des Equations*.

e *instavel*. Os limites assim achados, evidentemente correspondem ás especies do equilibrio, que se denominou *insensivel*, ou equilibrio de *indifferença*.

Quando o corpo fluctuante he de figura, e dimensões uniformes, e symétricas a respeito do eixo de movimento, a expressão achada para determinar a estabilidade, ou instabilidade de fluctuação, não involverá quantidades algumas fluxionaes; porque neste caso todas as secções verticaes, que passaõ pelo solido em direcção perpendicular ao eixo, são iguaes, e consequentemente, as porções destas secções mergulhadas no fluido são iguaes; se quizermos denotar por D , o solido contheudo, ou mergulhado, correspondente ao comprimento da linha z , será designado pelo producto Dz ; e

porque na expressão $GZ = \frac{\text{fluente de } \overline{AB} \times s \times z}{12 V} - ds$ temos

substituido $V = Dz$, e tambem (porque AB he hum constante, por

supposição;) $\frac{\text{fluente } \overline{AB} s z}{12 Dz} = \frac{\overline{AB} s z}{12 Dz} = \frac{\overline{AB} \times s}{12 D}$; finalmen-

te, no caso presente teremos $GZ = \frac{AB \times s}{12 D} - ds$.

Nas folhas seguintes occorrerão casos, em que cada hum das expressões a cima, terá ufo, não só para determinar as leis do equilibrio ou *permanente*, ou *instavel*, se não tambem para desenvolver outras propriedades, relativas a este assumpto.

Seja $EFCD$ (Fig. III.) que represente a secção vertical de hum solido oblongo, ou paralelepipedo, posto na superficie do fluido $IABK$, com hum das superficies planas (*) para cima, ou com a linha CE , ou FD vertical; este solido he movel ao redor do seu eixo horisontal, que passa pelo centro de gravidade G , perpendicularmente ao plano do eixo maior, por onde passa a secção $ECDF$.

He preciso por exemplo saber os limites, que separaõ os casos, em que o solido fluctuará *permanente*, daquelles em que elle

$d =$

(*) Suppondo paralelepipedo rectangulo, diremos plano opposto á base para cima; por ser o solido fixado por seis planos, dous dos quaes são rectangulos de menor dimensão em comprimento.

se embarcará ; sabida a gravidade especifica do solido, e as suas dimensões ; tire-se pelo centro de gravidade G a linha SGL parallelamente a CE , ou DF ; seja a altura do solido $CE = c$; a da base da secção $CD = a$; além disto tenhamos, que a gravidade especifica do solido seja para a do fluido, em que elle fluctua, na razão de n para 1;

segue-se, que $SN = nc$, e conseguintemente $GO = \frac{c}{2} - \frac{nc}{2}$; a

área mergulhada $ABCD = acn$. Pelo que para determinar a distancia perpendicular entre as duas verticaes, que passaõ pelos centros de gravidade do *solido*, e o da parte mergulhada, quando elle he inclinado debaixo de hum muito pequeno angulo, cujo seno $= s$ sendo o rayo $= 1$, tornando nós á expressão geral, (*) $GZ =$

$\frac{AB \times s}{12D} - ds$, obteremos os valores seguintes, $AB = aD = acn$,

$d = \frac{c - nc}{2}$, e daqui $GZ = a's - \frac{s \times c - nc}{2}$; e fazendo $GZ = 0$,

obteremos huma equação, que exprima a relação das dimensões do solido, e da sua gravidade especifica, quando o equilibrio se torna insensivel; que he, quando os centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada prezistem na mesma linha vertical; (seja qual for o valor de s , ou do seno de inclinação da posição vertical,) com tanto, que seja sempre *muito pequeno*; fazendo então

$\frac{a's}{12acn} = \frac{s \times c - nc}{2}$, teremos $6c^2n^2 - 6c^2n = -a^2$, e

$n^2 - n = -\frac{a^2s}{6c^2}$, o qual dá $n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$, ou

$n = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$, dos quaes se tiraõ as seguintes illações,

que vem a fer; em todos os casos, que $\frac{a^2}{6c^2}$ he menor que $\frac{1}{4}$, o que succede, todas as vezes que a altura do solido tem para a da sua

(*) Quando o angulo KGS (na Fig. II.) he desvanecente, a linha GZ desvanece: e quando he o caso representado na Fig. III., o ponto Z coincide com o ponto G .

sua base, isto he $c:a$ maior razão que $\sqrt{2}$ para $\sqrt{3}$, devem-se assignar dous valores á gravidade especifica do solido, cada hum dos quaes o fará fluctuar no equilibrio *insensível*; assim, supponhamos que a razão de c para a he a de igualdade; para determinar os dous valores das gravidades especificas entre os dous limites mencionados referindo-se á solução precedente, e fazendo

$$c=a \text{ teremos } n = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}, \text{ ou } n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$$

que vale o mesmo que $n = \frac{1}{2} - .28868 = .21132$ (*)

$$\text{ou } n = \frac{1}{2} + .28868 = .78868$$

Da equação $GZ = \frac{a's}{12acn} - \frac{s \times c - cn}{2}$ se deve inferir, que quando a gravidade especifica do solido, he de mui pequeno valor, a respeito da do fluido, por causa de $\frac{a's}{12acn}$ ser neste caso, neces-

fariamente, maior que $\frac{s \times c - cn}{2}$; o solido fluctuará no estado

permanente com a linha SL vertical, isto he, com a superficie plana EF (**) parallela ao horizonte; em segundo lugar a gravidade especifica .21183 sendo causa do solido fluctuar no estado do equilibrio *insensível*, he o limite, em que o solido cessa de fluctuar com estabilidade; se no em tanto a gravidade especifica cresce de .211 até .788 a instabilidade neste caso se augmenta tambem a principio: mas ella tem hum *maximo*, que se acha, fazendo o *ultimo* augmento da quantidade $\frac{a's}{12acn} - \frac{s \times c - cn}{2} = 0$ considerando n como variavel, e fazendo $a=c$, no qual caso n se acha $= \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Se

(*) A maneira de escrever as decimaes depois do ponto, não faz embargo, &c.

(**) O Author nomea a superficie por huma linha; mas entende-se o plano horizontal, que passa por ella, ou em que ella existe, composição dada.

Se o valor da gravidade especifica excede $\frac{1}{\sqrt{6}}$ a *instabilidade* diminue, e por fim desvanece, quando a gravidade especifica está no outro limite $= .78868$: qualquer valor que tenha a gravidade especifica sendo entre os limites $.78868$, e 1 : o solido fluctuará permanente com a linha *SL* vertical, ou com a sua superficie plana horizontal.

Estes casos tem lugar, por se tomar a altura do parallelepipedo em maior razão com a da base *CD*, do que a de $\sqrt{2}$ para a $\sqrt{3}$; e da mesma solução se colhe, que se a altura tem razão menor para (*) a base, que a de $\sqrt{2}$ para $\sqrt{3}$; não se póde dar á gravidade especifica valor, que faça desvanecer a estabilidade, porque a quantidade $\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$ se faz impossivel, no qual caso o solido posto com a superficie, *EF* horizontal, deve, em todos os casos, continuar a fluctuar com *permanencia* nesta posição, (seja qual for a gravidade especifica d'elle) com tanto que seja menor, que a do fluido. Semelhantes determinações se devem obter do mesmo theorema, a respeito do equilibrio do solido, quando se colloca no fluido com hum angulo plano para cima, isto he, na (Fig. IV.) com a diagonal *EGC* na secção vertical. Seja *EDCF* a secção vertical de hum parallelepipedo rectangulo, fluctuando na superficie fluida *IABK*: fazendo o lado $DC = a$, a linha $GC = \frac{a}{\sqrt{2}}$, supponhamos, que a gravidade especifica do fluido, he para a gravidade especifica do solido como 1 : para n : e que o solido se mergulhe no fluido a huma profundidade *HC*: seja *G* o centro de gravidade do solido, e *O* o centro de gravidade da parte mergulhada; segue-se, que a área *ABC* he para a área *DEFC*, como n : para 1 : ora o espaço $ABC = \frac{HB^2}{H} = a^2 n$, (**) e $HB = HC = a \times \sqrt{n}$;

(*) Não he necessario dizer que se entendem comparadas linhas a linhas, e que suppoem a base hum quadrado.

(**) $a^2 \times n$ he inda huma superficie, porque n he numero abstracto assim $a^2 n$ he $= HB^2$ evidentemente superficie.

$$AB = 2a\sqrt{n}; OC = \frac{2a\sqrt{n}}{3}, \text{ e } GO = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{2a\sqrt{n}}{3} = \\ = \frac{a \times 3 - \sqrt{8} \times n}{\sqrt{2} \times 3}.$$

Lembrando-nos agora da quantidade, que exprime a distancia perpendicular entre as duas linhas verticaes, que passaõ pelo centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada (quando os angulos de inclinação da posição do equilibrio são muito pequenos)

que he, $GZ = \frac{AB \times s}{12D} - ds$, e applicando esta equação ao caso

presente, teremos os valores seguintes; $AB = 8a^2 \times n^{\frac{3}{2}}$; $D = a^2n$; $d = \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$; e fazendo $\frac{AB s}{12D} = ds$, a fim de obter o limite, que separa os casos de estabilidade, e de instabilidade de fluctuação; ou, o que he o mesmo, fazendo $\frac{8a^3n^{\frac{3}{2}}}{12a^2n} = \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$

resulta a seguinte equação, $\frac{2\sqrt{n}}{3} = \frac{3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, ou $n = \frac{9}{32} = .28125 = a$ gravidade especifica, que fará fluctuar o solido com equilibrio insensivel, e este he o limite que separa as gravidades especificas, que fazem fluctuar o solido com estabilidade, daquellas que produzem o equilibrio de instabilidade.

Temos já concluido da equação geral $GZ = \frac{AB s}{12D} - ds$, ou

$GZ = \frac{8a^3n^{\frac{3}{2}}s}{12a^2n} - \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, que quando a gravidade especifica (n) he quantidade *desvanecente*, ou muito pequena, o solido se revirará, sendo collocado no fluido com hum angulo, ou

quina para cima, porque neste caso a quantidade $\frac{8a^3n^{\frac{3}{2}}s}{12a^2n}$ se torna

necessariamente menor que $\frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, ou ds .

Quar-

Quando a gravidade especifica do solido he para a do fluido como 9 para 32, o solido fluctua com equilibrio *insensivel*; se por ventura a gravidade especifica do solido fôr para a do fluido em menor razão que 9:32 o solido se emborcará; mas se a gravidade especifica do solido, exceder este limite quando he collocado no fluido com o angulo para cima, ou com a linha diagonal *EC* no plano vertical, elle fluctuará *permanente* nesta posição.

A respeito desta determinação, parece de notar, que deveria haver hum só valor de gravidade especifica, que fosse o limite entre a estabilidade, e a instabilidade de fluctuação; e com tudo se achão dous valores de gravidades especificas, cada hum dos quaes he limite, no caso de se collocar o solido com huma superficie plana para cima. Esta difficuldade tem huma explicação, que satisfaz; quando a superficie plana he collocada para cima, as condições em que se funda a solução não são, de todo alteradas, seja qual for a profundidade, a que se mergulhe o solido; mas no caso presente, em que o solido he collocado com hum dos angulos para cima, as condições da solução envolvem outra, que se acaço a *gravidade* especifica se augmenta, tambem se deve augmentar progressivamente a secção do solido, formada pela superficie do fluido; e por este fundamento o *resultado* dá justamente hum só limite entre a estabilidade, e instabilidade de fluctuação; mas porque na realidade a secção do solido, pela superficie do fluido cresce tão sómente, até que a gravidade especifica do solido seja metade da do fluido, e depois diminue esta secção; he evidente, que se houver outro limite correspondente ao caso, em que a gravidade especifica for maior que hum *meio*, isto se deve indagar por huma investigação separada. Seja pois o parallelepipedo rectangulo *EDCF* (Fig. V.) cuja gravidade especifica he maior que $\frac{1}{2}$, sendo a do fluido 1, e seja collocado no fluido com a linha diagonal, *EC* na vertical: *IABK* representa a superficie do fluido, e *HC* a profundidade, a que o solido mergulha: *G*, he o centro de gravidade do solido, e *O* o centro de gravidade da parte mergulhada.

Se hum dos lados *DE* se faz $= a$, e a gravidade especifica se faz $= n$, então a área *ABDCFA* $= a^2 n$; e a área *EAB* $= a^2 - a^2 n$

$= \overline{EH}^2$; logo $EH = a \times \sqrt{1-n} = AH$; $AB = 2a \times \sqrt{1-n}$, e

$GH = a \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{1-n}$: seja representado por P o centro de gravidade da área AEB : então pelas propriedades do centro de gravidade teremos as equações seguintes: $GH \times \text{área } EDCF = \text{área } ABDCFA \times OH - \text{área } AEB \times HP$, que he

$$a^3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{1-n} = a^2 n \times OH - \frac{a^3 \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{3}, \text{ e por consequen-}$$

$$\text{cia } HO = \frac{a \times 3 - \sqrt{18} \times \sqrt{1-n} + a \times \sqrt{2} \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18} \times n}; \text{ da qual}$$

$$\text{quantidade tirando a linha } HG = a \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{1-n} = \frac{3n - \sqrt{18n^2} \times \sqrt{1-n}}{\sqrt{18} \times n}, \text{ teremos o resto } GO = (*)$$

$$\frac{a \times 3 - 3n - \sqrt{18} \times 1-n^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18} \times n}.$$

E comparando-se com a expressão geral citada $\frac{\overline{AB}^3}{12D} - ds$

obteremos no presente caso $\overline{AB}^3 = 8a^3 \times 1-n^{\frac{3}{2}}$, $D = a^2 n$;

$$GO = d = \frac{a \times 3 - 3n - \sqrt{18} \times 1-n^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18} \times n}. \text{ Logo } \frac{\overline{AB}^3}{12D}$$

$$- d = \frac{8a^3 \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{12a^2 n} - \frac{a \times 3 - 3n - \sqrt{18} \times 1-n^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} \times 1-n^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18} \times n},$$

e fazendo a igual a 0, a fim de obter o limite, e multiplicando toda a expressão por $\frac{3n \times \sqrt{2}}{1-n \times a}$, teremos $2\sqrt{2} \times \sqrt{1-n} = 3 - 3 \times$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{1-n} + \sqrt{2} \times \sqrt{1-n}, \text{ ou } \sqrt{1-n} = \frac{3}{4\sqrt{2}}; \text{ donde } 1-n$$

$$= \frac{9}{32}, \text{ ou } n = \frac{23}{32} \text{ limite pedido.}$$

Pe-

(*) As dimensões da equação mostram que he uma linha recta.

Pelas precedentes determinações dos quatro valores de limites da gravidade especifica, isto he $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$, $\frac{9}{32}$, $\frac{23}{32}$, e $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$, ou, .211, .281, .718, e .789, acharemos que se a gravidade especifica he menor, que .211 o parallelepipedo rectangulo, quando se colloca na superficie do fluido com huma superficie plana para cima, e horizontalmente fluctua no estado permanente nesta posição; mas que se revira, se a gravidade especifica he maior que .211, e menor que .789.

Observaremos de mais, que quando o solido he collocado no fluido, com huma quina para cima, se a gravidade especifica he menor, que .281, elle se revira; se he porém maior, que .281, e menor que .718, o solido fluctua permanente com o angulo, ou quina para cima, mas se a gravidade especifica excede .718, o solido se revolta, quando he posto no fluido com a aresta, ou quina para cima.

He aliás evidente a que profundidade, de immerção do solido, dependente da gravidade especifica relativa, começa, ou fenece a estabilidade de fluctuação, quando o solido he collocado no fluido nas posições a cima descriptas. Mas huma substancial questão faltou inda de considerar, que he, determinar, em que posição, espontaneamente se disporá, o parallelepipedo rectangulo a respeito da superficie fluida, quando a gravidade especifica he de hum valor medio entre os limites, que já determinamos. Os resultados antecedentes não bastão inda para resolver esta questão, porque, por estes só temos conhecido, em que casos (dependendo da gravidade especifica os valores) deve o solido fluctuar permanente, ou seja collocado com a superficie rectangular para cima, e horizontalmente, ou seja com a aresta do solido na mesma posição; e em que casos elle se deve revirar.

Supponhamos que succede hum destes, e que o solido, tendo sido collocado em huma posição de equilibrio instavel, muda a sua posição, revolvendo-se ao redor do seu eixo.

Determinar, qual posição o solido nestas circumstancias ha de tomar: em que continue a fluctuação *permanente*, depende de ter em vista o theorema, que exprime a distancia perpendicular entre as

duas verticaes, que passaõ pelo centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada. Porque, fazendo o seu valor ∞ , a resolução da equação, que resultar, dará o seno de inclinação da posição de equilibrio, em que estas duas linhas coincidem, que he, quando os centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada se achão, segunda vez, em huma mesma linha vertical: neste caso o solido se achará em huma situação de equilibrio que conforme dissemos nas observações (folhas 6) deve ser hum equilibrio de *estabilidade*.

Seja *EFDC* (Fig. 6.) a secção vertical, que passa pelo centro de gravidade *G*, de hum solido oblongo, ou parallelepipedo, em que o eixo maior passe pelo centro de gravidade *G*, n'huma direcção perpendicular ao plano da secção *EGDC*; *LGS* he tirada pelo ponto *G*, parallela a *CE*, ou a *DF*, este solido he collocado na superficie do fluido *IABK*, com a linha *SGL* na vertical, e a gravidade especifica do solido, seja tal, que o faça mergulhar á profundidade *SN*, abaixo da superficie.

O volume da parte mergulhada he o espaço *ACDB*, cujo centro de gravidade he *O*, e porque os pontos *G*, e *O* estão situados na mesma linha vertical, o solido estará em huma posição de equilibrio, o qual segundo a presente supposição se define por equilibrio de instabilidade; e por consequencia o solido por si mesmo se ha de revirar, logo que lhe faltar o apoio externo, e mudará a sua posição, girando á roda do eixo horizontal, que passa pelo centro de gravidade em huma direcção perpendicular ao plano *CDEF*.

Péde-se, o determinar porque angulo *WGS* o solido se inclinará ao redor do seu eixo, quando os centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada estiverem segunda vez na mesma linha vertical. Do mesmo modo, que nos casos antecedentes, este problema se resolverá, comparando-o com a expressão geral, para obter a distancia entre as duas linhas verticaes, que passaõ pelo centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada.

Supponhamos pois, que o solido se desvia da sua primeira posição de equilibrio por hum angulo *WGS*, de maneira, que a posição *ECDF* se mude para a posição *YWHV*, a parte mergulhada será agora *ZHVR*; a linha *AB* se muda em *PQ*, e o espaço *QXR* que d'antes estava a cima da superficie do fluido, agora estará mergulha-

lhada dentro delle; e o espaço PXZ , que estava para baixo da superfície do fluido, agora estará por cima delle.

Dividaõ-se as linhas PZ , QR em duas partes iguaes pelos pontos m , e n , e tirem-se mX , nX , e tome-se $Xa = \frac{2}{3}$ de Xm , e

$Xd = \frac{2}{3}$ de Xn ; desta maneira a , e d feraõ os centros de gravidade dos triangulos PXZ , QXR respectivamente; tirai as linhas ab , cd perpendiculares á linha horizontal AB . Referindo-nos agora à quantidade que exprime a distancia entre as linhas verticaes, que passaõ pelos centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada, que he $\frac{bA}{V} - ds$, para applicar ao caso presente, seja

o espaço $QXR = A$; o espaço $ZHVR$, ou $ACDB = V$; $bc = b$; $OG = d$; o seno do angulo de inclinaçaõ, ou $WGO = s$, e seja t a tangente do mesmo angulo cujo raio $= 1$; entã porque os triangulos ZXP , QXR sãõ semelhantes, e as áreas sãõ iguaes por supposiçaõ, os lados dos dous triangulos feraõ respectivamente iguaes; isto he QX ferã igual XP , $ZP = QR$; e $ZX = XR$. Seja a altura do solido $SL = c$, e a gravidade especifica delle $= n$, sendo a do fluido igual a 1 (*), além disto faça-se VW , ou $XQ = a$, logo

$QR = at$, e $Qn = \frac{at}{2}$; $Xn = \sqrt{a^2 + \frac{t^2 a^2}{4}}$ ou $Xn = \frac{a}{2} \times \sqrt{4 + t^2}$.

Para achar o seno do angulo nXR , fãzei a seguinte porporçaõ, como Rn , ou Qn , $\left(\frac{ta}{2}\right) : nX \left(\frac{a}{2} \times \sqrt{4 + t^2}\right) ::$ seno nXR :

seno XRn ; porém seno $nXR = \frac{\text{sen. } nRX \times t}{\sqrt{4 + t^2}}$, ou por ser sen. nRX

$= \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}}$, sen. $nXR = \frac{t}{\sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^2}}$, cof. $nXR =$

$\frac{2 + t^2}{\sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^2}}$, e porque $Xd = \frac{2}{3} \times Xn = \frac{a \times \sqrt{4 + t^2}}{3}$, fe-

gue-se que $Xc = \frac{a \times \sqrt{4 + t^2} \times 2 + t^2}{3n \sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^2}} = \frac{a}{3} \times \frac{2 + t^2}{\sqrt{1 + t^2}}$; e porque

os

(*) A unidade aqui he de pezo, e n he huma fracçaõ della para poder boyar o solido.

os triangulos XPZ , XQR , assim como tambem os triangulos ZXm , RXn , são semelhantes, e iguaes, a linha $Xb = Xc$, e conseguintemente $bc = 2Xc = \frac{2a \times 2 + t^2}{3 \times \sqrt{1+t^2}}$; a qual quantidade, he $= b$ na geral expressão $\frac{bA}{V} - ds$.

E porque a gravidade especifica do solido he $= n$, a altura $SL = c$, e a base $CD = 2a$ a parte mergulhada, ou $ACDB = 2acn$, que na expressão geral se designou por V , e o volume $QXR = \frac{a^2 t}{2}$ he notado pela letra A no mesmo valor geral.

Substituindo agora na expressão $\frac{bA}{V} - ds$; $\frac{2a \times 2 + t^2}{3 \times \sqrt{1+t^2}}$ por b ; $\frac{a^2 t}{2}$ por A ; e $2acn$ por V ; a distancia entre as linhas verticaes, que passaõ pelo centro de gravidade do solido, e o centro de gravidade da parte mergulhada, se achará ser $\frac{2a \times 2 + t^2}{3 \times \sqrt{1+t^2}} \times \frac{a^2 t}{2 \times 2acn} - ds$, ou $\frac{a^2 t \times 2 + t^2}{6cn \times \sqrt{1+t^2}} - ds$; ou porque $d = \frac{c - cn}{2}$, a dita distancia $= \frac{a^2 t \times 2 + t^2}{6cn \times \sqrt{1+t^2}} - \frac{c - cn}{2} \times s$; ou substituindo por t^2 o seu valor $\frac{s^2}{1 - s^2}$, a distancia he $= \frac{a^2 s \times 2 - s^2}{6cn \times 1 - s^2} - \frac{c - cn \times s}{2}$; na qual expressão a denota a meia largura PQ ; mas como he mais conveniente ás vezes o representar a largura toda AB , ou PQ seja esta $= a$, a expressão neste caso he $= \frac{a^2 s \times 2 - s^2}{24cn \times 1 - s^2} - \frac{c - cn \times s}{2}$; a qual fazendo-se $= 0$, obtemos $s^2 = \frac{2a^2 - 12c^2n + 12c^2n^2}{12c^2n^2 - 12c^2n + a^2}$, ou $s^2 = \frac{12c^2n - 12c^2n^2 - 2a^2}{12c^2n - 12c^2n^2 - a^2}$.

Desta equação se póde deduzir o angulo de inclinação da posição original do equilibrio, sendo dada a gravidade especifica; ou inversamente, a gravidade especifica se póde achar, sendo dado o angulo de inclinação, pelo qual o solido se revolve, ou desvia da perpendicular até chegar á segunda posição de equilibrio. Como as ex-

pe-

perencias feitas para illustrar as proposições que investigamos foram applicadas ao caso do paralelepipedo rectangulo, poremos exemplo agora no presente caso debaixo da mesma supposição.

Seja pois a altura do solido igual á base; ferá $a = c$ na expressão a cima, e conseguintemente $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$.

Temos visto nas precedentes que sendo a gravidade especifica do solido paralelepipedo maior, que 0,211, mas que não exceda 0,789, o solido posto no fluido com huma superficie plana para cima, se achará situado no equilibrio de instabilidade, e conseguintemente deve mudar a sua posição, voltando-se ao redor do seu eixo, até aquietar-se em alguma outra posição de equilibrio permanente.

Pela presente proposição achar-nos-hemos nos termos de poder assignar, qual seja esta posição; por tanto seja $n = 0,24$ que se acha entre os limites de 0,211, e 0,789, e por conseguinte o solido collocado com a superficie plana para cima, e horizontalmente, estará no equilibrio de instabilidade.

Comparando com a equação $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$, e substitui-

tuindo 0,24 por n acharemos que $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1} =$

$\frac{0,1888}{1,1888}$; e $s = \text{feno de } 23^\circ 29'$ por este calculo se mostra, que o

solido depois de se ter voltado da posição de equilibrio instavel, com a superficie plana para cima, e horizontal, e tendo-se voltado pelo angulo de $23^\circ 29'$, se estabelecerá em huma posição de equilibrio permanente nesta distancia angular da sua primeira situação; porque por esta solução, quando o solido se desvia á quantidade deste angulo da sua posição original, os centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada, segunda vez, se achão na mesma vertical; e conseguintemente o solido se acha então situado na posição do equilibrio de estabilidade, por causa de que a primitiva posição de que o solido se desviou era a de instabilidade; e porque observaremos preliminarmente, que quando o solido muda de posi-

K

ção

ção primitiva, revolvendo-se ao redor do seu eixo sobre o fluido; qualquer que seja a posição de equilibrio primitivo será succedida por outra de equilibrio de denominação contraria.

Se o angulo de inclinação, da posição perpendicular do solido com a superficie plana horizontalmente, *for dada*, a gravidade especifica do solido se póde inferir da equação precedente, por effeito de cuja gravidade o solido fluctuará em huma posição de equilibrio, debaixo deste angulo dado de inclinação; pois que pela resolução da equação $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12 - 12n^2 - 1}$, teremos $n = \frac{1}{2} \pm$

$\sqrt{\frac{1 - 2s^2}{12 - 12s^2}}$. Assim sendo questaõ de determinar a gravidade es-

pecifica, por effeito da qual o solido fluctuará em *equilibrio*, na distancia angular da sua posição primitiva de $23^\circ 29'$: teremos

$\sqrt{\frac{1 - 2s^2}{12 - 12s^2}} = 0,26000$, e a gravidade especifica que he $n =$

$0,5 + 0,26 = 0,76$, ou $n = 0,5 - 0,26 = 0,24$. Assim acharemos por este calculo, que ha no caso presente duas gravidades especificas, por effeito das quaes o solido fluctuará em huma posição de equilibrio, na mesma angular distancia da sua posição original e vertical dos $23^\circ 29'$; conclusão que he facil verificar substitui-

tuindo $0,76$ em lugar de n na equação $\frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1} = s^2$, o

resultado he $s^2 = \frac{0,1888}{1,1888}$, o mesmo que no primeiro exemplo, quando n se tomou $= 0,24$.

Na applicação da Analyse á solução dos problemas, he sempre necessario ter distinctamente em vista as condições, em que se funda a questaõ; porque de outra maneira inda sendo legitima a solução, a inadvertencia a este respeito infallivelmente conduzirá a erro, e insubsistencia.

A questaõ em que se determina a posição do solido depois de ter mudado a primitiva de equilibrio de instabilidade, em que foi collocado com a superficie plana horizontal, procede na supposição de que a superficie do fluido representada pela linha *ZR* (Fig.VI.) encontra as superficies parallelas do solido representadas pelas linhas

nhas YH , WV nos pontos R , e Z ; mas se as duas superficies cortadas pelo fluido fossem inclinadas como as linhas que as representam HV , VW ou por outras palavras, se o ponto de intersecção Z cahir entre H , e V , nesse caso nem a construcção geometrica, nem a resolução analytica que della depende se póde applicar para determinar a posição requerida de equilibrio. Sendo precisa huma solução toda differente, para determinar a posição, em que o solido debaixo destas condições ha de fluctuar em estado permanente.

He com tudo certo que, em quanto o ponto de intersecção Z não for mais baixo, que o ponto H da base, se poderá applicar a precedente solução. Será com tudo essencial achar ambas as cousas: isto he, o angulo de inclinação da posição original do equilibrio instavel, e a gravidade especifica do solido, quando elle se estabelece na fluctuação permanente. Com esta condição implicita: isto he, que a superficie do fluido haja de passar por huma das extremidades da base: o resultado desta solução formará o valor de limite, tanto do angulo de inclinação, como da gravidade especifica; além da qual não sendo applicavel á proposição antecedente se requer outra solução.

Seja $AECD$ (Fig. VII.) que representa a secção vertical do parallelepipedo rectangulo, que descansa permanente sobre a superficie do fluido $IKDH$, que passa pela extremidade da base D . Pede-se o angulo de inclinação KDC a respeito da posição de equilibrio com a superficie plana horizontal, e a gravidade especifica do solido, quando elle fluctua em hum estado de equilibrio. Seja a tangente do angulo buscado KDC para o rayo, como t para 1 , e seja $CD = a$, e a gravidade especifica do solido para a do fluido como n para 1 : Logo $KC = at$, e a área $KCD = \frac{a^2 t}{2}$: e porque assim como a área KCD , he a $AECD$; assim he $n : a :: 1$ segue-se que $n = \frac{t}{2}$; e porque pela precedente equação (*)

$$s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}, \text{ onde } s \text{ representa o seno do angulo de in-}$$

cli-

(*) Pag. 30.

clinação a respeito da posição perpendicular, que he o angulo KDC no presente caso; substituindo por n o seu valor $\frac{t}{2}$ a equação virá

a ser agora $s^2 = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, ou por causa de ser $s^2 = \frac{t^2}{1+t^2}$,

$\frac{t^2}{1+t^2} = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, ou $6t^3 - 3t^4 - t^2 = 6t - 3t^2 - 2 + 6t^3 - 3t^4 - 2t^2$; ou $4t^2 = 6t - 2$; a qual equação sendo resolvida,

dá $t = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}$, que he $t = \frac{1}{2}$, ou $t = 1$ por esta solução se

mostra que ha dous angulos pelos quaes o solido póde ser desviado da posição perpendicular de equilibrio instavel, com a superficie plana para cima; de maneira que fique permanente na superficie do fluido, quando a dita secção do fluido passa por huma das extremidades da *base*: primeiro quando o angulo de inclinação he $KDC = 26.^\circ 33'. 51''$, 4, ou proximamente $26.^\circ 34'$, cuja tangente he para o rayo como 1 a 2, e o segundo (Fig. VIII) quando o angulo de inclinação $KDC = 45.^\circ$, cuja tangente he igual ao rayo. Quando o solido fluctua permanente no fluido, desviado da perpendicular posição por hum angulo de inclinação $KDC = 26.^\circ 34'$; a parte mergulhada, ou KCD , he para o volume todo $ABCD$, como 1 a 4; e por tanto a gravidade especifica do solido he para a do fluido como 1 a 4, ou recapitulando a primeira observação ap-

plicada ao presente caso, a gravidade especifica do solido, ou $n = \frac{1}{4}$ quando a do fluido he $= 1$. E dando attenção aos limites de valor da gravidade especifica, se mostra que a posição do equilibrio, aqui determinada, he a de *estabilidade*, mencionada nas paginas (*) relativas á (Fig. II.), e (Fig. III.) onde se mostra que quando o parallelepipedo rectangulo he posto na superficie do fluido com huma das superficies planas em posição horizontal, e a gravidade especifica do solido he maior que 0,211; com tanto que não exceda 0,789, o equilibrio será o de instabilidade, e consequentemente o solido será revirado.

Tem-

(*) Pag. 22.

Tem-se justamente mostrado que depois que o corpo se revolveo pelo angulo de $26.^{\circ} 34'$, elle se achará segunda vez em huma posição de equilibrio, que deve fer o equilibrio de estabilidade. Semelhantes consequencias seguem-se de ter supposto a gravidade especifica $= \frac{1}{2}$; neste caso se o solido he posto no fluido com

a superficie plana para cima, o equilibrio será o de instabilidade; e apparece da soluçãõ precedente, que depois de girar por hum angulo de $45.^{\circ}$ (Fig. VIII.) elle será segunda vez em huma posição de equilibrio, que será *estavel*, e *permanente*. Por huma indagaçãõ analogã, o angulo de deviaçãõ ABK (Fig. IX.), da original posição de equilibrio, se pôde achar; quando fluctua em permanencia o solido, e a superficie do fluido passa por huma das extremidades do lado mais elevado do quadrado AB ; para o resto desta reflexãõ fazendo a tangente do angulo de inclinaçãõ $ABK = t$,

a área $ABK = \frac{a^2 t}{2}$ a área $KCDB = \frac{2a^2 - a^2 t}{2}$, virá a ser a gra-

vidade especifica $n = \frac{2-t}{2}$; a qual quantidade sendo substituida

por n na equaçãõ $\frac{t^2}{1+t^2}$ (*) $= \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$ teremos a equaçãõ

$\frac{t^2}{1+t^2} = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, exactamente a mesma, que no primeiro

caso; e resolvendo esta equaçãõ, se mostra que $t = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}$; e consequentemente a gravidade especifica do solido, ou $n = \frac{2-t}{2} = \frac{3}{4}$, ou $n = \frac{1}{2}$.

O que nos falta agora unicamente para completar a indagaçãõ, relativa ás posições de fluctuaçãõ do parallelepipedo rectangulo he, o determinar em que posição o solido fluctuará *permanente* com o angulo plano para cima, mas em posição obliqua, quan-

L

do

(*) Porque sendo s o seno, e t a tangente do angulo ABK , segue-se

$$s^2 = \frac{t^2}{1+t^2}.$$

do a gravidade específica estiver entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$, ou entre os limites $\frac{23}{32}$ e $\frac{24}{32}$.

Tem-se visto em huma anterior indagação, que se o solido he collocado no fluido com hum angulo para cima, e a gravidade específica he $\frac{9}{32}$, elle começará justamente a fluctuar com estabilidade.

E cessará desta fluctuação estavel excedendo a gravidade específica á quantidade $\frac{23}{32}$. Quando a gravidade específica he $\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$, ou $\frac{3}{4} = \frac{24}{32}$ o solido fluctuará permanente passando a superficie do fluido, ou secção superficial do dito fluido, (como se vê na Fig. IX.), pela extremidade de hum dos lados do parallelepipedo: se porém a gravidade específica he entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$ ou entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$, o solido fluctuará permanente com a linha diagonal inclinada á vertical. Este angulo se póde determinar, achando huma equação, que exprima a relação entre a gravidade específica dada, e o seno, ou tangente do angulo pedido, sendo o rayo = 1.

Seja o parallelepipedo rectangulo *IVCE* (Fig. X.) que fluctue obliquamente, com hum (*) angulo posto para cima, de modo que, a linha diagonal faça hum angulo com a vertical; supponha-se este angulo fer *OGT*, e a linha perpendicular fer *GT*; tome-se *CB*, meio proporcional entre *EC*, e *CD*, e tire-se *BA*, parallela a *GV*, que corte a linha *GC* no ponto *H*; por este modo, *CH* será a profundidade à que o solido mergulha no fluido, quando a linha diagonal *CI*, he vertical, e conseguintemente a área *BXE*, he igual á área *ZDA*; tome-se $CO = \frac{2}{3} CH$; *O*, será o centro da gravidade do volume *ABC*

di-

(*) Neste caso se entende hum angulo solido sexado por tres planos.

(*); divida-se em duas partes iguaes a linha EB no ponto K , e a linha AD no ponto R ; tirem-se XR , e XK ; e tome-se $XM = \frac{2}{3}$ de XR , e $XL = \frac{2}{3}$ de XK ; M será o centro de gravidade do triangulo XAD , e L será o centro de gravidade do triangulo BXE ; pelos pontos M , L , tirem-se as linhas MP , QL perpendiculares á linha horizontal DE ; faça-se $PQ = b$, o seno de $BXE = s$; a tangente de $BEX = t$ o rayo $= 1$, e seja $EC = a$.

$$\begin{aligned} \text{Logo } CD &= ta; \text{ e } CB = \sqrt{ta^2}; CH = \sqrt{\frac{ta^2}{2}}; CO = \frac{2}{3} \\ &\times CH = \sqrt{\frac{2ta^2}{9}}; \text{ a área } ABC = CH^2 = \frac{ta^2}{2}; \text{ faça-se a área } \\ &BXE = u; \text{ donde para achar a distancia } OT, \text{ se deve fazer a pro-} \\ &\text{porção seguinte, assim como a área } CDE, \text{ ou } BAC \text{ he para a área} \\ &BXE :: \text{ assim } PQ: (**) \text{ he para } OT; \text{ ou como } \frac{ta^2}{2}:u::b:OT= \\ &\frac{2bu}{ta^2}; \text{ e } GO = \frac{2bu}{ta^2s}, \text{ e porque } CO = \sqrt{\frac{2ta^2}{9}}, \text{ segue-se que} \\ &CG = \frac{2bu}{ta^2s} + \sqrt{\frac{2ta^2}{9}}; \text{ e da mesma forma } CV = \sqrt{\frac{8 \times bu}{ta^2s}} + \\ &\sqrt{\frac{4ta^2}{9}} = \frac{\sqrt{72 \times bu} + \sqrt{4t^3a^6s^2}}{3ta^2s}; \text{ e a gravidade especifica sendo} \\ &= n, \sqrt{n} = \frac{CH}{CV} = \sqrt{\frac{ta^2}{2}} \times \frac{3ta^2s}{\sqrt{72 \times bu} + \sqrt{4t^3a^6s^2}} = \\ &\frac{3t^2a^3s}{12bu + 2\sqrt{2t^2a^3s}}. \end{aligned}$$

Por tanto se o angulo, com que a linha diagonal, IC , he inclinada á linha vertical TG ; ou se $OGT = BXE$, for de 15° ,

o

(*) Porque a parte de intersecção X coincide com H ; quando o angulo BXE desvanece.

(**) O termo Inglez *bisect* he tomado do *bisectum* latino em frase Geometrica, que val em duas partes iguaes, e falta nos Diccionarios.

o angulo XEC ferá $= 30^\circ$; porque na expressão antecedente $t = \text{tang. } 30^\circ$ sendo o rayo 1; $s = \text{sen. } 15^\circ$; se CE ou a se toma $= 1$ fazendo os calculos competentes de Trigonometria, a área BXE ferá $= u = 0,039395$, e $PQ = b = 0,73089$; substituindo estes valores pelas quantidades, que os representaõ na equação $\sqrt{n} =$

$$\frac{3t^2 a^3 s}{12bu + 2\sqrt{2}t^2 a^3 s} = 0,51094, \text{ e } n = 0,261 (*) ; \text{ gravidade especí-}$$

fica, que faz fluctuar o solido em huma posição de equilibrio, com a linha diagonal obliquamente para cima, sendo inclinado com a linha vertical por hum angulo de 15° . O equilibrio he o de estabilidade; porque quando a diagonal he vertical, o solido fluctúa em huma posição de equilibrio *instavel*; sendo a gravidade especifica 0,261, entãõ menor, que $\frac{9}{32}$, ou 0,281; valor do limite que separa os casos de equilibrio *instavel*, e equilibrio *permanente*, quando o solido he collocado no fluido com a diagonal verticalmente.

He curioso observar as conclusões que se deduzem no caso ultimo, quando o angulo de inclinação he $= 0$, e conseguintemente o angulo $XEC = 45^\circ$; porque neste caso $CB = CE = a$; $t = 1$; e $BH = \frac{a}{\sqrt{2}}$; donde u , ou a área BXE (***) $= \frac{BH^2 \times s}{2} = \frac{sa^2}{4}$; e

porque $b = PQ = \frac{4a}{3\sqrt{2}}$, segue-se que $bu = \frac{a^3 s}{3\sqrt{2}}$; e $12bu = \frac{4a^3 s}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a^3 s$; as quaes quantidades substituindo-se os seus

$$\text{valores na equação } \sqrt{n} = \frac{3t^2 a^3 s}{12bu + 2\sqrt{2}t^2 a^3 s}; \text{ virá a fer a } \sqrt{n} =$$

(*) Este resultado se acha substituindo o valor de $\sqrt{n} = \frac{.34061}{.34552 + .32114}$ e effectuando a operação.

(**) Porque o ponto X da intersecção coincide com o ponto H quando desvanece o angulo BXE .

$= \frac{3a's}{2\sqrt{2a's} + 2\sqrt{2a's}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$; e por tanto $n = \frac{9}{32}$, que concorda perfeitamente (*) com a gravidade especifica inferida por hum methodo differente, e pelos *mesmos dados*.

$$\text{A equação } \sqrt{n} = \frac{3t^2s}{2\sqrt{2}t^2s + 12bu} \quad (\text{fazendo } = 1 \text{ a linha}$$

$CE = a$) exprime a relação entre a gravidade especifica do solido, e a fracção, que representa o seno do angulo de inclinação com a posição perpendicular: se d'outro modo for dado o angulo, se poderá conhecer a gravidade especifica. Se for pedido o seno do angulo de inclinação, sendo *dada* a gravidade especifica, he evidente pela natureza da equação, que semelhante determinação haverá de involver calculos analyticos muito complicados, o que se evita recorrendo aos methodos sabidos de aproximação. Tomando as quantidades s e t por supposição, o valor de \sqrt{n} se tira da equação, que sendo comparado com o *dado* de \sqrt{n} , a differença será o erro que resulta dos valores suppostos de s e t , que se devem corrigir ajuntando, ou diminuindo às hypothesis; e se repete a operação, até que o valor de \sqrt{n} deduzido da equação coincida com o seu verdadeiro valor; pelo qual methodo de proceder, o angulo de inclinação da posição original de equilibrio será conhecido.

A solução presente se applica a todos os casos, em que a gravidade especifica do solido he entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$; e por hum indagação inteiramente semelhante, se deduz hum equação, que exprime a relação da gravidade especifica do solido, e do seno, ou da tangente do angulo de inclinação com a perpendicular, quando a gravidade especifica do solido he entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$; em o qual caso o solido fluctuará *permanente* com a linha diagonal IC , obliquamente para cima, sendo inclinado á vertical com algum angulo entre os limites desde 0, até 18° 26', 8", 6.

Estas determinações comprehendem todas as posições, em que

M

O

(*) Pag. 20.

o paralelepipedo rectangulo se póde collocar no fluido em posição de equilibrio, com tanto que o solido tenha o seu movimento sómente ao redor de hum eixo, especificamente aquelle, que passa pelo centro de gravidade perpendicular, aos planos das secções quadradas (*), e esta condição he verificada fazendo o eixo de sufficiente comprimento; por exemplo se elle he duas, ou tres vezes maior que hum dos lados, o solido não se revolverá espontaneamente em outro algum eixo. Quando o eixo se diminue consideravelmente, he certo que o corpo se moverá espontaneamente ao redor de qualquer outro eixo; mas he desnecessario entrar em detalhe de exemplos multiplicados, porque a exposição dos principios he o objecto substancial nas questões desta especie.

As posições variadas que o paralelepipedo rectangulo toma fluctuando livremente no fluido, debaixo da condição das gravidades especificas relativas, se reduzem compendiosamente, ás seguintes; (desde a Fig. II. até a Fig. XXIV., onde a linha IK denota a superficie, ou secção do fluido.)

Se a gravidade especifica do solido for entre os limites 0, e $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$ (Fig. XI. XII. e XIII.) isto he entre 0, e 0,211, o solido fluctuará permanente no fluido com huma superficie plana para cima, e parallela ao horizonte.

2.º Se a gravidade especifica cahe entre os limites 0,211, e 0,25 (Fig. XIII. XIV. e XV.) O solido fluctúa permanente com huma superficie plana para cima, mas inclinada ao horizonte por diferentes angulos; os limites dos quaes são 0°, que corresponde á gravidade especifica 0,211, e o limite 26.º 34', que corresponde á gravidade especifica 0,25.

3.º Se a gravidade especifica cahe entre os limites 0,25 = $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$ (Tab. IV. e V. Fig. XV. XVI. XVII.) , o solido fluctúa

com

(*) Na expressão do Author se deve entender por quadrado os dous rectangulos menores, que fecho os quatro oblongos dos paralelepipedos, por não ter entrado nas condições da experiencia, que sejam quadrados, mas sim menores que cada hum dos quatro planos rectangulares, que por serem iguaes entre si, determinão com effeito por quadrados os ditos dous planos, pois são espaços fechados por linhas parallelas e iguaes, e serem rectangulos.

com hum angulo fômente mergulhado para baixo da secção do fluido, sendo a linha diagonal inclinada ao plano vertical por varios angulos, que dependem da gravidade especifica; os limites dos quaes angulos são $18.^{\circ} 26'$, correspondentes á gravidade especifica $0,25 = \frac{8}{32}$, e 0, que corresponde á gravidade especifica $\frac{9}{32}$.

Quando a gravidade especifica se augmenta além de $\frac{9}{32}$ (Fig. XVII. e XVIII.) o solido fluctúa permanente com a linha diagonal verticalmente, até que a gravidade especifica chegue a $\frac{23}{32}$.

4.º Se a gravidade especifica he de huma grandeza entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$; o solido fluctúa com a linha diagonal, inclinada á vertical por differentes angulos, dependentes da gravidade especifica (Fig. XVIII., XIX., XX.): os limites dos quaes angulos são 0, que corresponde á gravidade especifica $\frac{23}{32}$, e o angulo de $18.^{\circ} 26'$

que corresponde á gravidade especifica $\frac{24}{32}$; sendo então tres angulos do solido mergulhados para baixo da secção superficial do fluido.

5.º Se a gravidade especifica he entre os limites $\frac{24}{32}$, e $0,789$ (Fig. XX. XXI. XXII.) o solido fluctúa com huma superficie plana para cima, e inclinada ao horizonte por differentes angulos, do mesmo modo dependentes da gravidade especifica; os limites dos quaes são $26.^{\circ} 34'$, que corresponde á gravidade especifica $\frac{24}{32}$, ou $0,75$, e 0, que corresponde á gravidade especifica $0,789$.

6.º Quando a dita gravidade he de huma grandeza entre $0,789$, e 1, o solido fluctúa permanente com huma face plana parallela ao horizonte.

Destas determinações, tambem colligimos, que em quanto o solido da questão, fluctuando na superficie se revolve ao redor do seu

seu eixo maior por 360° , elle passa, ou por 16, ou por 8 posições de equilibrio.

Se a gravidade especifica for entre os limites 0,211 e 0,281, ou entre os limites 0,719 e 0,986, o numero destas posições será 16; das quaes 8 são de equilibrio *permanente*, e as outras 8 de equilibrio *instavel*: Succedendo-se alternativamente estas differentes especies de equilibrio humas a outras, em quanto o solido se revolve ao redor do seu eixo.

Se a gravidade especifica for de hum valor que não caiba entre estes limites, o solido revolvendo-se pela circumferencia de 360° passará por oito posições sómente de equilibrio, quatro das quaes serão de equilibrio *permanente*, e quatro de equilibrio *instavel*.

Nas indagações precedentes, o solido se suppoz de figura uniforme, e symetrica a respeito do eixo de movimento; de modo que todas as secções verticaes; perpendiculares ao eixo sejaõ iguaes. Mas quando o corpo fluctuante he de tal figura, que as secções feitas nelle perpendiculares ao eixo em varios pontos, são desiguaes; hum differente processo, que depende pouco mais, cu menos dos mesmos principios, virá a ser necessario, tanto para determinar quando o solido haverá de boyar no estado permanente, ou revirar-se, como tambem, para determinar as differentes posições, em que elle deve boyar na superficie do fluido.

Seja *EFCD* (Fig. XXIII.) que representa o cylindro (*) collocado na superficie do fluido, com o eixo *NP* vertical. Supponhamos que a gravidade especifica he tal que obriga o solido a mergulhar á profundidade *QP*, e seja pedido determinar em que casos, segundo as dimensões, e gravidade especifica do cylindro, elle haverá de fluctuar *permanente* nesta posição; e em que casos se deve revirar. Seja o rayo *QA* = *r*; a gravidade especifica do solido = *n*, sendo a do fluido = 1, e seja *G* o centro de gravidade do solido, e o centro de gravidade da parte mergulhada = *O*, *GO* = *d*; *AIBHSA* represente huma secção circular do cylindro, a qual coincida com a secção do fluido, tire-se hum diametro *IS*,

e

(*) Nesta, e nas seguintes proposições as superficies planas que terminão os solidos, são sempre subentendidas como perpendiculares ao eixo.

e hum diametro perpendicular a IS ; e seja o eixo, que passa pelo centro de gravidade (á roda de cujo eixo se move o cylindro) paralelo a IS : por hum ponto W do diametro IS tire-se a ordenada KIW perpendicular a IS , e produza-se KW , até que ella corte o circulo no ponto H ; fazei $QW = z$; $NP = l$; $\pi = 3,14159$. Do que já mostramos (pag. 18.) se vê que o solido fluctuará *permanente*, na posição dada do equilibrio, com o eixo vertical; (quan-

do a fluente de $\frac{\overline{KH} \times z}{12V}$ he maior que d , significando a letra V o volume, que está para baixo da superficie do fluido;) está também demonstrado (pag. 18.) que se d he maior que fluente de $\frac{\overline{KH} \times z}{12V}$, o equilibrio será *instavel*; quando a fluente $\frac{\overline{KH} \times z}{12V} = d$, o equilibrio será o limite, que separa os casos, em que o solido deve boyar com estabilidade daquelles, em que o equilibrio he *momentaneo*, e *instavel*.

Para determinar o limite no caso presente he necessário achar a fluente de $\frac{\overline{KH} z}{12V}$; porque $QS = r$, e $QW = z$, $WH = \sqrt{r^2 - z^2}$ $KH = 2 \times \sqrt{r^2 - z^2}$, e $\overline{KH} z = 8 \times (r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} \times z$, a fluente da qual quantidade, quando z cresce desde 0, até r he $\frac{8 \times 3 \pi r^4}{16}$ (*), e para ambos os semicirculos a fluente de

N

 \overline{KB}

(*) Fluente de $\frac{\overline{KH} z}{12V} \times z =$ fluente de $r^2 \times \frac{1}{(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}} z$ — fluente de $\frac{1}{(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}} z^2$. Fluente $r^2 \times \frac{1}{(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}} z = r^2 \times$ na área $QBHW$ (Fig. XXIII.) — fluente de $\frac{1}{(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}} z^2 = \frac{r^2 z^2}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 - z^2}{z^2}} - \frac{2z^4}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 - z^2}{z^2}} + \frac{r^4}{8} \times \arcsin \frac{HS}{r}$, esta deve ser $= 0$, quando, $z = 0$; por quan-

$\overline{KH} \times \dot{z} = 3 \pi r^4$; e porque $PQ = ln$, e a área do circulo $AIBSA$ he πr^2 , o volume da parte mergulhada V he $= \pi r^2 ln$; por quanto $GP = \frac{l}{2}$; e $OP = \frac{ln}{2}$, donde $GO = \frac{l - ln}{2} = d$: e porque

a fluente de $\frac{\overline{KH} \times \dot{z}}{12V} = \frac{3 \pi r^4}{12 \pi r^2 ln}$; fazendo fluente de

$\frac{\overline{KH} \times \dot{z}}{12V} = d$, a fim de obter o limite, ou limites, que separaõ os casos de equilibrio *permanente* dos casos do equilibrio *instavel*, obteremos a equação $\frac{3 \pi r^4}{12 \pi r^2 ln} = \frac{l - ln}{2}$, ou $\frac{r^2}{2l^2} = n - n^2$; $n^2 - n$

$= -\frac{r^2}{2l^2}$; ou se $2r$ se faz $= b$ = ao diametro da base, $n^2 - n$

$= -\frac{b^2}{8l^2}$, e $n = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{b^2}{8l^2}}$. Se com tudo o diametro

da base tem para o eixo, maior razão do que $\sqrt{2}$ para 1; não se póde assignar o valor da gravidade especifica do solido, que o fará boyar em hum estado de equilibrio *insensível*; ou por outras palavras, não se acha a gravidade especifica, que separa os casos, em que o cylindro fluctuará *permanente*, daquelles em que elle se deve revirar, quando o eixo coincidir na linha vertical. Quando o diametro da base tem para o comprimento do cylindro, razão menor que $\sqrt{2}$: a 1 dous valores da gravidade especifica se podem sempre assignar, que determinem os limites dos casos, em que o

fo-

to, a fluente total de $(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} z = r^2 \times \text{área } QBWH + \frac{r^2 z^2}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 z^2}{z^2}}$

$= \frac{2z^4}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 - z^2}{z^2}} + \frac{r^4}{8} \times \text{arco } \frac{HS}{r} = \frac{\pi r^4}{16}$, por causa de ser o arco

$\frac{HS}{r} = \frac{\pi}{2}$, quando $z = 0$, ou $SH = SB$; quando $z = r$ esta fluente que he

a de $(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} z$ no entanto que z augmenta de 0, até r he $= r^2 \times \text{área } SBQ$

$= \frac{\pi r^4}{16} = \frac{\pi r^4}{4} - \frac{\pi r^4}{16} = \frac{3 \pi r^4}{16}$.

lido fluctuará com estabilidade , ou se haverá de virar ; isto he

$$n = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{b^2}{8l^2}}. \text{ Se a gravidade especifica , for dada , a}$$

razão do comprimento do cylindro com o diametro da base , se poderá determinar , que sirva de limite nos casos de *estabilidade* , ou *instabilidade* de fluctuação com o eixo na vertical. Porque sendo $n - n^2 = \frac{b^2}{8l^2}$, segue-se que $\frac{b}{l} = \sqrt{8n - 8n^2}$; conseguintemente n , sendo

dado , se o diametro da base for para o comprimento do eixo em razão menor , que a de $\sqrt{8n - 8n^2} : a 1$, o solido se haverá de

revirar. Do mesmo modo se $n = \frac{3}{4}$, $\sqrt{8n - 8n^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} =$

1,2247 ; se porém , o diametro da base tiver para o comprimento do eixo , maior razão que a de 1,2247 para 1 , elle fluctuará permanente com o seu eixo vertical ; se a razão for menor , haver-se-ha de revirar desta posição.

Supponha-se hum paraboloide conico *CEDK* , (Fig. XXIV.) de dimensões dadas , e de gravidade especifica tambem conhecida , collocado na superficie do fluido com o vertice para baixo , e o eixo do dito paraboloide vertical ; quer-se determinar (segundo o comprimento do eixo , e o paramento da parabola , geradora do solido de revolução ,) os limites dos casos , em que o solido fluctuará *permanente* ; e aquelles em que , elle se ha de revirar.

O plano da base do paraboloide se suppoem perpendicular ao eixo : o plano *CED* representa a secção , que passa pelo eixo do solido , a qual he em consequencia huma parabola. Supponhamos , que a gravidade especifica he tal , que obriga o solido a mergulhar-se á profundidade *FE*. Represente o plano *AIBHA* huma secção circular do solido , que coincida com a superficie do fluido ; tire-se hum diametro *HI* , e o diametro *AB* perpendicular a *HI*.

Por hum ponto *W* , no rayo *FH* , tire-se a ordenada *KM* , perpendicular a *FH* , e supponhamos que o solido se move ao redor de hum eixo de movimento , parallelo ao diametro *HI* ; seja o parametro da parabola $= p$, o comprimento do eixo $KE = a$, $FW = z$, a gravidade especifica $= n$; $\pi = 3.14159$; além disto seja *G* o cen-

tro

tro de gravidade do solido , e O o centro de gravidade da parte mergulhada. Logo, porque o volume mergulhado AEB , he para o volume CED como $\overline{AB}^2 \times EF$ he para $\overline{CD}^2 \times EK$, ou como \overline{EF}^2 : para \overline{EK}^2 ; e porque o volume mergulhado AEB he para o volume CED , como n para 1 , segue-se que temos $\overline{EF}^2 : \overline{EK}^2 = a^2 : n$ para 1 , e por este motivo $EF = a\sqrt{n}$, e $\overline{FB}^2 = pa\sqrt{n}$; recorrendo à expressão para determinar a estabilidade dos corpos fluctuantes, quando as inclinações a respeito da posição de equilibrio são muito pequenas, ou fluente de $\frac{\overline{KM}^3 \dot{z} \times s}{12V} - ds$, nós temos no caso presente fluente completa de $\overline{KM}^3 \dot{z} = 3\pi \times \overline{FB}^4$; ou por causa de ser $\overline{FB}^4 = p^2 a^2 n$, a fluente de $\overline{KM}^3 \dot{z} = 3\pi p^2 a^2 n : V$, ou o volume mergulhado $= \frac{\pi a^2 pn}{2}$; e porque pelas propriedades da figura $GE = \frac{2a}{3}$, e $OE = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$, temos $GO = \frac{2a - 2a\sqrt{n}}{3} = d$, feitas estas substituições no valor geral, fluente de $\frac{\overline{KM}^3 \dot{z} \times s}{12V} - ds$; esta expressão se torna $= \frac{3\pi p^2 a^2 n \times 2 \times s}{12 \times \pi a^2 pn} - \frac{2a - 2a\sqrt{n} \times s}{3}$, que sendo feita $= 0$, a fim de obter o valor do limite procurado, teremos $\frac{p}{2} - \frac{2a - 2a\sqrt{n}}{3} = \frac{3p - 4a - 4a\sqrt{n}}{6} = 0$, e $\sqrt{n} = \frac{4a - 3p}{4a}$; conseguintemente $\sqrt{n} : 1 :: a - \frac{3p}{4} : a$.

Desta determinação de valores, se mostra que, se o eixo for para o parametro em razão menor, que a de 3 para 4; não se póde assignar gravidade especifica ao solido, por effeito da qual elle fluctue, naquelle equilibrio de indifferença, ou no que tem o meio entre a *instabilidade*, e a *estabilidade* de fluctuação; em segun-

gundo lugar, se a gravidade especifica do solido tem maior razão para a do fluido, *do que a que tem o quadrado da differença, entre o eixo, e tres quartos do parametro: para o quadrado do eixo*, (sendo collocado o eixo perpendicularmente) o solido fluctuará com *estabilidade nesta posição*; em terceiro lugar, se a gravidade especifica do solido tem para a do fluido menor razão, que o *quadrado da sobredita differença tem para o quadrado do eixo*; se haverá de revirar, toda a vez que for collocado no fluido com o eixo na vertical, e haverá de *estabelecer-se em estado permanente*: boyando com o eixo inclinado á dita linha vertical.

Estes limites concordão precisamente com os que são demonstrados por Archimedes no segundo livro do seu tractado, intitulado: *De iis quæ in humido vehuntur* (*) proposição III., e proposição IV.

Se a gravidade especifica do paraboloides conico for menor, que o limite que exactamente se indagou, e se o eixo for para o parametro em razão maior que a de 3 para 4, e menor que a de 15 para 8, haverá de boyar permanente no fluido, com o eixo inclinado ao horizonte, e com a base totalmente fóra da superficie, também inclinada, por hum angulo qualquer, menor, que 90° , o qual angulo se póde bem determinar pela construcção geometrica seguinte, sujeita á limitação, que haverá de resultar da mesma construcção, ou do calculo fundado sobre ella.

Seja a secção do cone paraboloides representada por *ASBTD* (Fig. XXV.) a qual secção será huma parabola. Seja dividido o eixo *BE* em tres partes iguaes, huma das quaes he *EF*. Pelas propriedades desta figura, *F* será o centro da gravidade do solido. Na linha *FB* tomai *FH* igual á ametade do parametro, e por *H* tirai a linha indefinida *ΓGZ* perpendicular a *BE*, e na linha *GZ* tome-se *HK = FB*; e na linha *HΓ*, tome-se *HI*, a qual será para *HK*, na razão da gravidade especifica do solido para a do fluido; e divida-se *IK* em duas partes iguaes no ponto *L*; com

O

o

(*) As demonstrações de Archimedes, que dizem respeito ao cone paraboloides, são fundadas na hypothese, de que este solido he gerado pela revolução de huma parabola rectangular ao redor do seu eixo; mas não he preciso fazer attenção ao angulo do vertice, porque dado o cone se póde achar nelle a secção semelhante a huma parabola dada, inda que não seja o cone rectangulo no dito vertice, sendo o eixo de sufficiente comprimento.

o centro L , e o rayo LI , descreva-se o semicirculo KOI , que corte o eixo BE no ponto O ; por O tire-se OC parallelamente a KI , e que corte a parabola no ponto C , e tire-se PCN tangente a parabola no ponto C . Por C tire-se a linha indefinida CR parallelamente a BE , que corte a linha KI no ponto G , na linha CR tome-se GQ igual a meio GC , e por Q tire-se SQT parallelamente a PCN . Quando o cone parabolico fluctuar no estado de permanencia, e descanço, a superficie do fluido coincidirá com a linha SQT , e o eixo será inclinado ao horizonte pelo angulo ONC : pelos pontos F e G , tire-se a linha indefinida FGM .

A ordem da demonstração será a seguinte. 1.º Mostrar que segundo a construção o volume da parte mergulhada $SCBT$; he para todo o solido na mesma razão, que a gravidade especifica do solido he para a do fluido.

2.º Mostrar, que o centro de gravidade da parte mergulhada, e o centro de gravidade do solido, estão na mesma linha vertical; e consequentemente a construção haverá de pôr o solido em huma posição de equilibrio:

3.º Demonstrar, que o equilibrio assim constituido he o de estabilidade. Porque, pelas propriedades do circulo, HI he para HK , como o quadrado de OH , he para o quadrado de HK ; como o quadrado de CQ $\left(= \frac{3}{2} \times HO \right)$: he para o quadrado de

BE $\left(= \frac{3}{2} BF \right)$; além disto porque por construção a gravidade especifica do solido he para a do fluido como HI : para HK ; segue-se que assim como a gravidade especifica do solido he para a gravidade especifica do fluido, assim he o quadrado de CQ para o quadrado de BE ; e consequentemente está provado, que quando este solido fluctua, segundo a posição descripta na construção, o volume mergulhado $SCBT$: será para a grandeza total, como a gravidade especifica do solido he para a do fluido, o que primeiramente se demonstrou.

Em segundo lugar, por quanto CQ he a abscissa do segmento SCT , que corresponde ao vertice C , e á ordenada SQ , e por construção $CG = 2 CQ$, segue-se das propriedades do solido, que G he o centro de gravidade do segmento, ou da parte mergulhada

da *SCBT*. Pelas propriedades da parabola, assim como *ON*: he para *CO*; assim he *CO*: para metade do parametro, isto he, como *ON*: *CO*: : *CO* = *GH*: *FH*; e demais porque os triangulos *GHF*, *CON*, tem cada hum delles hum angulo recto, e os lados que comprehendem os angulos iguaes são proporcionaes, segue-se que são semelhantes os triangulos; e por tanto o angulo *OCN* = ao angulo *NFG*: a somma dos angulos *FNC*, *NFC*, he por tanto igual a hum angulo recto, e a linha *FGM* he perpendicular á linha horizontal *PCN*; e porque *F* por construcção he o centro de gravidade do cone parabolico, e *G*, se tem provado ser o centro de gravidade da parte mergulhada, e a linha *FGM* he perpendicular ao horizonte, segue-se que os centros do solido total, e da parte mergulhada estão na mesma linha vertical, e conseguintemente o solido se acha em huma posição de equilibrio, conforme a construcção.

Terceiro: Este equilibrio he o de estabilidade; porque se deve entender, que o solido se revolve ao redor do seu eixo, (que passa pelo centro de gravidade) por hum pequeno angulo, e em huma direcção tal, que deprime humas partes para *D*, e eleva outras para *A*; neste caso o ponto mais baixo da curva será situado entre *C*, e *B*: Supponha-se, ser este em *W*, tire-se *WX* = *CQ*, parallela a *BE*, e tome-se $Wg = \frac{2}{3}$ de *WX*.

Logo porque (*) \overline{CQ}^2 : he para \overline{BE}^2 : : como a gravidade especifica do solido, para a do fluido; he evidente que de qualquer forma que o eixo *BE* for inclinado ao horizonte: \overline{CQ}^2 , e por conseguinte *CQ* deve continuar sempre com o mesmo valor; e por tanto $\frac{2}{3}$ de *CQ* = $\frac{2}{3}$ de *WX*, ou *CG* = *Wg*; conseguintemente *g* he o centro de gravidade da parte mergulhada depois da inclinação; e porque a abscissa, ou porção do diametro, intercepto (entre o ponto mais baixo, e a superficie do fluido) deve ser sempre da mesma grandeza, em quanto, a gravidade especifica for a mesma; e pela construcção *Wx* se fez igual á abscissa *CQ*, segue-se

(*) Pag. 45.

se que quando o solido for inclinado de maneira que o ponto mais baixo haja de coincidir com W , $CG = wg$, e conseguintemente wg he sempre menor que wV ; se pois tirarmos a linha gz pelo centro de gravidade g , perpendicular ao horizonte, o ponto de intersecção z com a linha horizontal RU , cahirá entre os pontos F , e U ; e o esforço do fluido, actuando na direcção da linha gz causará hum movimento angular no solido, (*) que eleva o ponto D , e deprime no fluido o ponto A , ou por outras palavras, haverá de contrapezar a inclinação do solido, pela qual elle he tirado da sua posição de equilibrio. Pelo mesmo methodo de argumentar se mostra, que se o solido he inclinado em direcção contraria, hum nova força se fórma pela posição do centro de gravidade da parte mergulhada, a qual restitue o solido á sua primeira situação; como achamos pela construcção; a qual repõem o solido em hum posição de equilibrio *permanente*.

Varias condições, pelas quaes esta construcção he limitada, se deduzirão mais facilmente da indagação analytica, do que recorrendo ás construcções Geometricas.

Para representar em termos geraes o angulo CNO , com que o solido se inclina ao horizonte; seja $BE = a$; $2HF$, ou o parametro $= p$; seja a gravidade especifica do solido para a do fluido; como n : para 1; conseguintemente $FH = \frac{p}{2}$; $BH = \frac{2a}{3} - \frac{p}{2} = \frac{4a - 3p}{6}$; e porque pela construcção $KH:HI::1:n$, e $KH = BF = \frac{2a}{3}$; segue-se, que $HI = \frac{2an}{3}$, e $HO = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$; conseguintemente $OB = HB - HO = \frac{4a - 3p}{6} - \frac{2a\sqrt{n}}{3} = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$; $CO = \sqrt{\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}} \times \sqrt{p}$: e porque $ON = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{3}$, se vê, que CO : será para ON ; isto he a tangente do angulo de inclinação CNO : será para o rayo, como

(*) Pag. 15.

mo $\sqrt{\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}} \times \sqrt{p}$, he para $\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$,

ou como $\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, he para 1. Quando porém o angulo CNO se faz igual a 90° , que he, quando o solido bóya com o eixo em huma posição vertical, a tangente da inclinação

$\sqrt{\frac{\frac{3}{2} p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, se torna infinita, ou, o que vem a ser o mesmo, quando $4a - 3p - 4a\sqrt{n} = 0$; e conseguintemente

$\sqrt{n} = \frac{4a - 3p}{4a}$, que precisamente coincide com o limite, deduzido, por hum differente methodo (*) de indagação.

Mas huma outra questão se apresenta aqui. He evidente que esta construcção tem lugar sómente quando o solido fluctúa de maneira, que o total da base AD esteja fora do fluido, e por cima da superficie delle. Falta porém saber em que casos esta condição tem lugar, e qual deva ser o valor da gravidade *especifica*, e a razão do eixo, ao parametro, quando o solido fluctuar permanente; e com a condição, de que a superficie do fluido passe por huma das extremidades da base A .

O resultado dará os limites, ou o limite, (se não houver mais que hum) que separe os casos da fluctuação permanente, estando a base do solido inteiramente fóra, ou para cima da superficie do fluido; e os outros casos, em que huma porção da base está mergulhada, abaixo delle. Ora conservando-se as mesmas denominações; porque (Fig. XXVI.), OB ou $BN = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$,

e $EB = a$, sommando teremos $EN = \frac{10a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$; e

porque $NW = CQ$ (**), $EW = EN - NW =$
PIO

(*) Pag. 42.

(**) Pela precedente indagação se mostra que $HO = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$; e porque $HO = GC$, e $GQ = \frac{1}{2} GC$, segue-se que CQ , ou $NW = a\sqrt{n}$.

$\frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$; e porque $AE = \sqrt{ap}$; e a tangente do angulo CNO , ou AWE , tem para o rayo, a mesma razão de EA para EW , ou como $\sqrt{ap} : \frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$, e porque $AE = \sqrt{ap}$, a tangente do angulo CNO , ou AWE , he para o rayo, como EA para EW ; ou como $\sqrt{ap} : \frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$; isto he, fazendo o rayo $= 1$, a tangente do angulo AWE , ou CNO he $= \frac{\sqrt{ap} \times 6}{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}$, mas a tangente (*) de CNO he $= \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, as quaes ambas quantidades são por tanto iguaes, ou $\frac{\sqrt{ap} \times 6}{10a - 3p - 10a\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$; ou fazendo $1 - \sqrt{n} = m$, $\frac{\sqrt{ap} \times 6}{10ma - 3p} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \times p}{4ma - 13p}}$; e quadrando ambos os membros $\frac{36ap}{100m^2a^2 - 60map + 9p^2} = \frac{3p}{2 \times 4ma - 13p}$, ou $\frac{24a}{100m^2a^2 - 60map + 9p^2} = \frac{1}{4ma - 13p}$, que se reduz á equação $100m^2a^2 - 60map + 9p^2 = 96ma^2 - 72ap$; ou $\frac{m^2 - 60pa + 96a^2}{100a^2} \times m = \frac{-9p^2 - 72ap}{100a^2}$.
 Por quanto $m = \frac{30pa + 48a^2}{100a^2} \pm \sqrt{\left(\frac{30ap + 48a^2}{100a^2}\right)^2 - \frac{9p^2 + 72ap}{100a^2}}$
 $= \frac{30p + 48a}{100a} \pm \sqrt{\frac{576a^2 - 1080ap}{2500a^2}} =$
 $\frac{15p + 24a \pm \sqrt{576a^2 - 1080pa}}{50a}$; conseguintemente restituindo o

va-

(*) Pag. 51.

valor de $m = 1 - \sqrt{n}$, $1 - \sqrt{n} = 15p + 24a \pm \sqrt{\frac{576a^2 - 1080ap}{50a}}$;

e daqui temos $\sqrt{n} = \frac{26a - 15p \pm 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a}$.

Varias illações se deduzem desta determinação. Em primeiro lugar, posto que o objecto da precedente questão, foi achar hum valor sómente da gravidade especifica, que motivasse fluctuar o solido em equilibrio *permanente*, com a extremidade da base, *coincidindo* na superficie do fluido; com tudo pelo resultado, se vê que ha dous valores da gravidade especifica, que satisfazem a esta condição debaixo de certa excepção, que aliás se descobre pela solução; isto he, que o eixo a será para o *parametro* p em maior razão que a de 15 a 8; porque se esta razão for menor, $8a$ será menor que $15p$; e neste caso $\sqrt{8a - 15p}$ se torna impossivel.

Das ditas circumstancias se póde inferir, que toda a vez que, o eixo tiver para o parametro menor razão, do que 15 para 8, haverá de fluctuar permanente sobre o fluido com a base toda a cima do fluido, seja qual for a gravidade especifica do solido. Este limite he precisamente o mesmo, que está demonstrado por Archimedes no 2.º livro do seu Tratado, que já citamos *De iisque in humido vebuntur*; Proposição VI. Quando o eixo tem maior razão para o parametro, que a de 15:8, o solido haverá de fluctuar no equilibrio *permanente* de hum dos dous modos; ou com a base toda fóra do fluido, ou parte; sómente mergulhada dentro do fluido, conforme a gravidade especifica. Se o eixo a : tiver para p *parametro*: maior razão que 15 para 8, fazendo a gravidade especifica, $n = \left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a} \right)^2$, ou $n =$

$\left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a} \right)^2$, sendo a gravidade especifica do fluido = 1, o solido fluctuará com a extremidade da base

tangente á superficie do fluido. Se a gravidade especifica for maior,

que $\left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a} \right)^2$, o solido haverá de fluctuar com a base toda fóra do fluido.

Se

Se a gravidade específica do solido he para a do fluido em qualquer razão , que seja entre os limites de

$$\left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2}a \times \sqrt{8a - 15p}}{50} \right)^2 (*) \text{ para } a^2, \text{ e}$$

$$\left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2}a \times \sqrt{8a - 15p}}{50} \right)^2 \text{ para } a^2, \text{ o solido}$$

haverá de fluctuar , com a base em parte mergulhada , para baixo da superficie do fluido.

Estes limites são determinados pela construção geometrica no Tratado a cima citado (Lib. XI. Propos. X. , e seg.) , a qual construção poderá na indagação precedente servir como de Comento , e Analyse ; e alguma explanação desta especie , se póde julgar mais necessaria , quanto senão achão na dita *Obra* , vestigios do methodo , porque foi resolvido hum Problema de tão grande difficuldade , sem o soccorro das Operações Analyticas ; e a final , de hum qualquer Analyse , que parecesse competente para semelhante questão. (**)

Esta construção de Archimedes , póde-se julgar justamente como (***) hum dos mais curiosos restos da Synthese Geometrica dos Antigos , e vai aqui mettida , a fim de que pela sua elegancia se veja em hum ponto de vista mais *conveniente* , entre as *soluções* pela Analyse , e pela Construção Geometrica.

Sendo dada a parabola *APBL* (Fig. XXVII.) que he hum secção do cone parabolico , que passa pelo eixo *BD* , sendo dado o eixo *BD* , que seja para o parametro em maior razão , que a de

(*) Sendo a gravidade específica do fluido 1 , a multiplicação dos dous termos por a^2 faz desaparecer o denominador de hum termo , e apparecer a^2 no numerador do outro.

(**) Antes de se demonstrar syntheticamente hum proposição , he preciso que se indague , ou descubra por alguns previos raciocinios : Suppoem-se que os Geometras antigos de propósito occultavaõ a analyse da suas proposições : mas como não se produz hum evidencia , que satisfaga , para *prova desta conjectura* , he de crer que o segredo , ou mysterio supposto , nasce da falta de caracteres , ou significação propria , pela qual as questões analyticas se podessem convenientemente exprimir.

(***) Lib. II. Propos. X. *De iisque humide veluntur.*

de 15 a 8, pódem-se exprimir por construcção as duas razões, que deve ter a gravidade específica do cone parabolóide, para a do fluido; de maneira que, o sólido haja de fluctuar permanente no fluido, quando a superfície delle passa por huma extremidade da base. BD represente o eixo do parabolóide, DA seja a maior ordenada do eixo, juntem-se os dous pontos B , e A , e divida-se em duas iguaes a linha BA no ponto T ; tire-se TH perpendicular a AD ; e com o eixo TH , e a ordenada AH , descreva-se a parabola ATD ; no eixo BD , corte-se $DK = \frac{1}{3} DB$, e faça-se $KR = \frac{1}{2}$ parametro; além disto, corte-se KC para DB , na razão de 4 a 15, consequentemente DB tem maior razão para KR , que 15 : 4; e porque KR , he metade do parametro, segue-se que o eixo, he ao parametro, em maior razão, que a de 15 a 8. Pelo ponto C , tire-se CE parallel a DA , que corte BA no ponto E , e tire-se EZ perpendicular a AD . Com a ordenada AZ , e o eixo ZE descreva-se a parabola AEI ; e pelo ponto R , tire-se a linha RGY , que corta a parabola AEI , nos pontos G , e Y ; pelos pontos G e Y , tirem-se as linhas ON , PQ perpendiculares a AD , que cortem a parabola ATD nos pontos X , e F . Logo a proposição affirma que o solido fluctuará *permanente* no fluido com a superfície, ou secção superficial do fluido em contacto com hum ponto qualquer da base, quando a gravidade específica do solido for para a do fluido, como o quadrado da linha OX para o quadrado do eixo BD , ou como o quadrado da linha PF para o quadrado do eixo BD .

Em vez de expor a Demonstração Geometrica desta construcção, será mais expedito no presente caso proceder por hum methodo inverso, isto he suppor a construcção verdadeira, e deduzir della as proporções das gravidades especificas da questão, para comparar as proporções, assim deduzidas, com as outras, que se acharão por meio da analyse.

Procedendo por este methodo tirem-se pelos pontos X , e O as linhas SX , e OY parallelas a AD , e porque o eixo $DB = a$, e $DK = \frac{a}{3}$ por construcção, e $KC = \frac{4a}{15}$, segue-se que, $DC =$

$\frac{9a}{15}$, e $BC = \frac{6a}{15}$, mas pelas propriedades da parábola $DA = \sqrt{pa}$, e os triângulos ABD , ECB , por serem semelhantes dá-se $EC = \frac{DA \times BC}{BD} = \frac{\sqrt{ap} \times 6}{15} = ZD$; além disto $DB:ZE$, ou $DC::$

$DA:ZA$, isto he $a:\frac{9a}{15}::\sqrt{ap}:ZA = \frac{9\sqrt{ap}}{15}$, e conseguintemen-

te o parametro da parábola $AEI = \frac{\overline{AZ}^2}{ZE} = \frac{\overline{AZ}^2}{DC} = \frac{9 \times 9 \times ap}{15 \times 15} \times \frac{15}{9a} = \frac{9p}{15}$. E porque $RC = EM = KC - KR = \frac{8a - 15p}{30}$,

e \overline{ZN}^2 = ao parametro da parábola, $AEI \times ME$, segue-se que $ZN = \sqrt{\frac{ME \times 9p}{15}} = \sqrt{\frac{8pa - 15p^2}{50}}$, e $ND = ZD - ZN = EC - ZN = \frac{\sqrt{ap} \times 6}{15} - \sqrt{\frac{8pa - 15p^2}{50}} = \frac{\sqrt{8ap} - \sqrt{8ap - 15p^2}}{\sqrt{50}}$

e $BY = \frac{ND^2}{p} = \frac{16a - 15p - 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$, e $YD = ON = a - \frac{16a - 15p - 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$, = $\frac{34a + 15p + 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$; e porque $HN = HD$

(*) — ND , teremos $HN = HD = HA = \frac{\sqrt{ap}}{2} - \frac{\sqrt{8ap} - \sqrt{8ap - 15p^2}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{ap}}{2} + \frac{\sqrt{16ap - 30p^2}}{10}$ (**), e $TS =$

$\frac{\overline{HN}^2}{\text{parametro de } ATD} = \frac{17a - 30p + 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$; além dif-

(*) $HD = HA = \frac{\sqrt{ap}}{2}$.

(**) Reduzindo a factores $\sqrt{50}$ dá-se.

disto porque $TH = \frac{a}{2}$, e $NX = TH - TS$, segue-se que $NX =$

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} - \frac{17a - 30p + 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} = \\ \frac{8a + 30p - 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}; \text{ ou finalmente } OX = \\ ON - NX = \frac{34a + 15p + 4 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} \\ - \frac{8a + 30p - 2 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} = \\ \frac{26a - 15p + 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}. \end{aligned}$$

Por huma computação semelhante á precedente se acha que a linha $PF = \frac{26a - 15p - 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$.

He por tanto huma consequencia da construcção geometrica; que se suppoz verdadeira, que o paraboloides haverá de fluctuar em equilibrio permanente, com a extremidade da base, em contacto com a superficie do fluido, se a gravidade do solido for para a do fluido em alguma das duas razões; ou como

$$\left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} \right)^2 : \text{ para } a^2 (*); \text{ ou como } \\ \left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} \right)^2 : \text{ para } a^2; \text{ que con-}$$

corda precisamente com as proporções, que se deduzirão da resolução analytica; pela qual conformidade, tanto á construcção, como á indagação se confirma, huma á outra. Observou-se no contexto das paginas antecedentes, que os theoremas analysados para descobrir a posição, fluctuante, dos corpos, são não menos applicaveis a determinar a *estabilidade da fluctuação*, do que á resistencia, que a pressão do fluido oppoem a qualquer força, applicada a desviar o corpo fluctuante, da sua posição de equilibrio.

Ef-

(*) Multiplicando os dous termos por a^2 .

Este ultimo he hum ramo da statica, que merece toda a attenção, que a theoria e a pratica experimental pódem prestar-lhe, pela immediata relação, que tem com o movimento, e equilibrio dos navios no mar.

Por este principio o impulso do vento se torna effectivo para o movimento progressivo do navio; ou por outros termos, para lançar para vante o navio, que faltando-lhe a estabilidade, obedece mais depressa á deviação da perpendicular, para metter a borda, do que á caminhar para vante, pela força do vento; e quando hum navio vai a virar-se por hum choque dos elementos, ha hum força de estabilidade, que o sustenta; e se ella he sufficiente o vai pouco, e pouco restituindo á sua posição vertical.

A estabilidade do corpo fluctuante, quando elle he inclinado por algum angulo qualquer, com a posição vertical, se obteve já indagando hum valor geral da distancia perpendicular GZ (*) $= \frac{bA}{V} - ds$ (Fig. II.); que he a distancia entre as duas linhas verticaes huma das quaes, passa pelo centro de gravidade do solido, e a outra, pelo centro de gravidade da parte mergulhada.

Este principio se deve agora applicar, para determinar a estabilidade dos navios: isto se conseguirá achando, ou por construção, ou por calculo, o comprimento da linha GZ : e se o peso do vaso for W , a medida da estabilidade será $ZG \times W$, pela qual se vê de plano, que se hum força qualquer M , for applicada a hum distancia do centro de gravidade SG (Fig. II.), e em hum direcção perpendicular a SG , para contrabalançar a força da estabilidade, haverá lugar a equação $M \times SG = W \times GZ$.

No caso particular, quando os angulos, porque os solidos fluctuantes se inclinao, ou desviao da posição do equilibrio, saõ muito pequenos, a linha GZ (Fig. II.) se achou ser fluente

$$\frac{\overline{AB} \times \dot{z} \times s}{12V} - ds, \text{ em cuja expressão } \dot{z} \text{ he hum pequena porção de}$$

(*) Pag. 13.

de huma linha, que se tira, coincidindo com a superficie do fluido, e parallela ao eixo do movimento; AB he a largura do solido, à superficie d'agua, que corresponde á linha z parallela ao eixo; V he o total deslocamento do fluido, ou o volume mergulhado; d , he a distancia GO ; e s o seno do pequeno angulo de deviação, ou inclinação com a vertical, no equilibrio. Pelo que respeita a esta expressão, deve-se observar, que huma vez que

$$\frac{\text{fluente de } \overline{AB} \times s \times \dot{z}}{12 V} = ET \text{ (Fig. II.)}, \text{ e } d = OG = EG, \text{ segue-se que}$$

$$\frac{\text{fluente de } \overline{AB} \dot{z}}{12 V} = ES, \text{ e fluente de } \frac{\overline{AB} \dot{z}}{12 V} - d =$$

GS ; a qual quantidade he constantemente a mesma, seja qual for a inclinação do equilibrio, com tanto que, sejaõ muito pequenas as inclinações; isto he o ponto S he immovel a respeito do ponto G , em quanto o corpo fluctuante, se revolve por quaesquer pequenos angulos, ao redor do eixo, que passa pelo centro de gravidade G , em huma direcção perpendicular ao plano $ADHB$. Porque huma vez que, a medida da estabilidade $GZ \times W$ he fluente

$$\text{de } \frac{\overline{AB} \times \dot{z} s}{12 V} - ds \times W, \text{ e } \frac{\text{fluente de } \overline{AB} \times \dot{z}}{12 V} - d = GS$$

(Fig. II.), segue-se, que a medida de estabilidade $= W \times SG \times s$, concorda com o valor, que Euler deduzio, por outros methodos, para exprimir a estabilidade dos navios, quando os angulos de inclinação tem a propriedade de quantidades desvanecentes. (*) Se $SG = 0$, isto he, se o centro de gravidade do solido coincide com o centro de *equipendencia*, S , denominado por outro modo, *metacentro*, ou centro de equilibrio, a estabilidade será $= 0$, ou por outros termos, o solido fluctuará em todas as posições do mesmo modo, sem esforço para se restituir á posição vertical, quando he desviado della; ou para por si mesmo se inclinar, (sempre na hypothese de que os angulos de inclinação tem sido muito pequenos). Quando o centro de gravidade está situado abaixo do me-

R

ta-

(*) Theorie complete de la construction des vaisseaux.

tacentro, o solido deve fluctuar com *estabilidade*; a medida da qual he $W \times SG \times s$, em cujo caso esta força actúa no solido, para o fazer gyrar em huma direcção contraria à aquella, em que o solido foi desviado da posição vertical; mas quando o centro de gravidade he collocado a cima do metacentro, (Fig. II.) a quantidade $W \times SG \times s$ passando pelo o, se torna em huma força, que actúa com o fim de fazer gyrar o solido na mesma direcção, em que elle foi já inclinado, e que virá a formar o equilibrio de instabilidade.

A determinação do ponto S , vem a ser por estas razões de importancia, na estimação da estabilidade dos navios, e dos outros corpos, quando os angulos de inclinação são muito pequenos, e he particularmente de proveito, quando se tem de determinar, se o solido collocado no fluido, haverá de fluctuar *permanente*, ou haverá de se revirar. Porque quando são muito pequenos os angulos de inclinação, ou quando são quantidades desvanecentes, depende da estabilidade, ou instabilidade de fluctuação o continuar o solido em huma posição de equilibrio, fluctuando em quietação, ou revolvendo-se sobre o seu eixo; até que se estabeleça em alguma outra posição *estavel*.

Estes theoremas para a medida da estabilidade, sendo sómente applicaveis, quando os angulos de inclinação são muito pequenos; toda a vez que hum navio, ou outro corpo for inclinado $10.^{\circ}$, $15.^{\circ}$, ou $20.^{\circ}$, a estabilidade de fluctuação se obterá, recorrendo ao theorema demonstrado já (*), onde se fez ver, que a estabilidade de hum vaso he comensurada pelo seu pezo, e a *distancia* entre as duas linhas verticaes, que passam pelo centro de gravidade do mesmo vaso, e o centro de gravidade do *volume mergulhado*; represente-se por s o seno de inclinação do solido com a vertical; V = ao deslocamento total, ou ao volume da parte mergulhada, (por outros termos;) A = ao volume que se mergulha por effeito de *inclinação*, b = á linha horizontal bc ; d = á linha GO (Fig. II.), e W = ao pezo do vaso; a medida da estabilidade do vaso, se verá, por este theorema, que he $W \times GZ = \frac{bA}{V} - ds$

×

(*) Pag. 11, e 12.

×IV. Havendo de applicar esta expressão à algum caso practico, suppoem-se conhecida a posição do centro de gravidade do navio, e a posição do centro de gravidade do volume mergulhado, quando se acha collocado o navio na sua *posição perpendicular*, e em consequencia, a distancia dos dous centros de gravidade representada por $GO = d$, he tambem *dada*. O total deslocamento, supponha-se, determinado por algumas experiencias, precedentes; e a sua grandeza se denote por V , e consequentemente, o pezo de huma quantidade de agua cujo volume he V , será $=W$, ou por outra expressão, este será o pezo do *vaso*: s , que he o seno do angulo de inclinação a respeito da posição vertical, he necessariamente dado, por natureza do caso; e deve ser de huma certa grandeza. A quantidade unica, a qual resta para ser determinada, a fim de avaliar a estabilidade do vaso, he BA . Para facilitar esta determinação as observações seguintes se devem prenotar.

Se concebermos huma linha, que passa pelo centro de gravidade de poppa á proa, e parallela ao horizonte, no estado em que o navio se acha na posição vertical, esta linha será chamada, *eixo maior*, para a distinguir de outra linha, tambem horizontal, que passa pelo centro de gravidade, em huma direcção perpendicular á primeira, e he chamada *eixo menor*, ou *eixo transversal*.

Hum plano vertical, que passe pelo eixo maior, quando o vaso se acha na posição vertical, o divide em duas partes iguaes, e semelhantes perfeitamente; e neste caso particular as figuras dos navios se podem chamar *regulares*; posto que a outros respeitoes sejaõ de fôrmas, que se não sujeitaõ a proporções algumas uniformes: Da igualdade destas duas metades do navio, deve necessariamente succeder, que quando elle fluctua em huma posição permanente, e de quietação, as partes semelhantes nos lados oppostos sejaõ igualmente elevadas sobre a superficie da agua.

Hum navio boyando assim, em huma posição de equilibrio, póde-se conceber, estar dividido em duas partes, pelo plano horizontal, que coincide com a superficie d'agua; e a secção formada por este plano, que passa pelo corpo do vaso, he chamada *secção da linha d'agua carregada*, e he representada na Fig. II. como coincidindo com a linha AB ; quando o navio he obrigado a dar a borda, inclinando-se ao redor do eixo maior, por hum angulo SGK , ou

NXB

NXB (Fig. II.), o plano que no navio se representa pela linha AB , será transferido á posição IN , e a secção d'agua haverá agora de passar pelo vaso em huma direcção do plano, que coincida com AB , inclinado ao primeiro plano pelo angulo NXP , e póde-se chamar, méramente para o distinguir, *linha secundaria d'agua*.

Estes dous planos se cortão reciprocamente hum, e outro, na linha, que se projecta pelo ponto X no plano $ABDH$, e porque suppondo-se o vaso inclinado ao eixo maior, he de consequencia, que a linha de intersecção, notada pela projecção do ponto X , seja *paralela* a este eixo: e tambem porque, segundo as leis da hydrostatica, o volume PXN , que foi mergulhado em consequencia da inclinação, he igual ao volume IXW , que foi elevado sobre a superficie d'agua, os ditos planos, pela mesma razão são precisamente iguaes; a *posição* da linha representada pelo ponto X (sempre paralela ao eixo) dependerá da figura, que se der aos lados, do vaso, PN , WI . Temos já visto que, quando a figura he hum paralelepipedo, fluctuante, com dous angulos planos tambem mergulhados, o ponto X (Fig. VI.) divide em duas partes iguaes as linhas, que correspondem a AB , ou IN na Fig. II.; e quando o mesmo solido fluctua com hum angulo plano, sómente mergulhado, (Fig. X.) o ponto X , se affasta para aquellas partes do solido, que são mais mergulhadas por effeito da inclinação. Em hum navio, a largura do qual successivamente varia de grandeza de poppa á proa, mas não em huma proporção regular, que se possa exprimir por huma lei geometrica, he evidente que, a posição do ponto X , representando a linha, em que a superficie d'agua corta o vaso nas suas duas posições se deve, praticamente, determinar pelos methodos de aproximação, pelos quaes ao mesmo tempo se podem obter outras condições para esta solução. Porque para achar o valor da quantidade bA na expressão $W \times \frac{bA}{V} - ds$, he necessario que, a posição do ponto X , seja conhecida de antemão: para determinar esta condição particular, será conveniente imaginar (Fig. II., e XXVIII.), o volume NXP , que foi mergulhado, em consequencia da inclinação; e o volume, que foi elevado a cima da superficie d'agua, ou IXW , que se dividem em segmentos
por

por planos verticaes, que passaõ perpendicularmente ao eixo maior, e á distancia de poucos pés, hum do outro, por exemplo de 2, ou 3 pés; cada hum destes segmentos, será de huma fórma de *cunha* (Fig. XXVIII.), comprehendida, entre dous planos $Xx Pp$, e $Xx Nn$, inclinados hum, a outro por hum angulo dado da inclinação NXP ; e assim os dous planos verticaes, parallelos entre si NXP , nxp , que são proximamente iguaes, e a porção $NP np$ do costado do navio, se precisaõ tambem avaliar, para obter o valor pedido.

A distancia entre os planos NXP , nxp , he a linha $Xx = Nn = Pp$; Xx , produzida, he a linha, em que as duas secções d'agua se cortaõ, reciprocamente huma á outra, e he além disto coincidente com a superficie d'agua, e parallela ao eixo maior. Suppondo-se conhecidas, as dimensões do vaso; as linhas AB , NI feraõ conhecidas na Fig. II.: Com estes dados as linhas NX , PX (Fig. II. e XXVIII.) se avaliaõ por estima (*), e o angulo NXP , sendo dado por supposição; a área NXP se conhecerá pelas regras de Trigonometria, e a área $PTNP$ se póde deduzir pelos methodos sabidos de aproximação (**). Da mesma fórma a área $xptu$ se deve determinar, e à medida das duas áreas, sendo

S

do

(*) O determinar-se por estima a grandeza da recta NX , ou PX (Fig. II.) sendo dado o angulo, e o lado AB , ou NI , tem o seu principio na irregularidade do amassamento, e do redondo do fundo, que não he sujeito á simplicidade Trigonometrica, assim o entendeo o nosso Constructor, o Primeiro Tenente João de Sousa, com quem conferimos, e por isso se diz estima, ou avaliação particular, e não rigorosa determinação.

(**) Sterling. *De interpolatione serierum*, prop. XXXI. Chapman. *Traité de la construction de Vaisseaux*, Cap. I. Os methodos de approximar a rectificação das curvas, fundados nas series differenciaes, são dados por differentes Authores, especialmente por Sterling, e Simpson. O Almirante Chapman propoem hum methodo muito engenhoso de aproximação, dependente das propriedades da parabolá, tanto este como o de Simpson, e Esterling, são sufficientes para calcular com exactidão os problemas de geometria prática, como se mostra pelo exemplo, aqui abaixo ingerido; mas dos dous methodos o mais correcto he o de Mr. Sterling; ambos elles são juntamente comparados nos exemplos seguintes para achar a área curvelinea, que he comprehendida entre hum arco de 30° , e o rayo, se-

do multiplicada na grossura, ou distancia Xx , será o solido contheudo neste segmento, com hum gráo de exactidão, affaz sufficiente, para o fim da aproximação requerida. Da mesma maneira o solido composto de todos os segmentos; que são elevados a cima da superficie, se podem obter fazendo $XI = AB - NX$; $XW = AB - PX$, procedendo como no caso antecedente. Se o aggregado dos segmentos NXP , que representa a parte mergulhada em consequencia da inclinação do vaso, não for igual ao aggregado dos segmentos LAW (Fig. II.), que se eleva a cima da superficie, a posição do ponto X , ou antes a linha, denotada por este ponto, em projecção; se deve alterar; e as mesmas operações se devem repetir, até que as sommas dos segmentos de huma parte da linha, dita de inclinação; sejam iguaes precisamente ás da outra parte.

Efeitoado isto, a grandeza do volume mergulhado, denotada por A na expressão $W \times \frac{bA}{V} - ds$, será conhecida, e a grandeza de cada segmento individual NXP nxp , e IX ixw , &c. será tambem sabida. A quantidade bA , se achará na seguinte maneira. A área $PXNTP$, e o seu centro de gravidade d se determina pelos methodos de aproximação. Pelo ponto d tire-se dc perpendicular á linha horizontal PX ; Xc (*) será a distancia do centro de

no, e coseno do dito arco: para obter a sua área por aproximação, 5 ordenadas, equidistantes, são dadas: isto he, 1.^a ordenada = $\text{raio} = 8$; 2.^a = $\sqrt{63}$; 3.^a = $\sqrt{60}$; 4.^a = $\sqrt{55}$; 5.^a = $\sqrt{48}$

Area aproximada Idem por Chapman

Por Stirling 30,61153 30,61131

Area correcta 30,61156 30,61156

Erro de aproximação — 00003 — 00025

O mesmo methodo, porque as áreas das curvas se achão por aproximação, se deve applicar com igual exactidão, e determinar o solido contido no espaço, e a posição do centro de gravidade.

(*) A resolução dos Problemas por construção geometrica, tem sido pouco praticada, desde que, os Methodos Analyticos, se adoptáão, pela invenção dos logarithmos, e outras facilidades; as soluções dos casos difficultosos, algumas

de gravidade d ao ponto X , estimado na direcção da linha horizontal PX .

As mesmas operações applicadas à área $xptn$ haverão de dar a distancia ex , do centro de gravidade da área $xptn$, ao ponto x , estimada na direcção da linha horizontal px ; o meio das duas distancias, achado assim, será a distancia do centro de gravidade do segmento solido XPn xpn , à linha Xx , (estimada, na direcção da linha horizontal XP , ou xp ,) com hum gráo de exactidão, inteiramente satisfactorio, para esta aproximação.

De semelhante modo; tendo-se achado as *distancias* dos centros de gravidade de todos os segmentos, (Fig. II., e XXVIII.) PXN pzn ; que correspondem á linha Xx , produzida; e demais as de todos os segmentos IXW ixw ; se cada hum destes segmentos, for multiplicado, pela distancia do seu centro de gravidade, à linha Xx , (computada na posição horizontal) a somma dos productos, formada desta maneira, será o valor da quantidade bA , na expressão $W \times \frac{bA}{V} - ds$, que he a medida da estabilidade do vaso; quando se desvia da posição vertical, por hum angulo PXN , cujo seno he s sendo o rayo r , e as quantidades (*) W , V , e d , tendo sido determinadas antes, he evidente que a estabilidade do vaso, quando he dado o angulo de

in-

vezes se obtem com exactidão sufficiente pela construcção, ó que viria a ser muito complicado por outro qualquer methodo: no exemplo actual depois de se determinar a área $PTNP$, e o seu centro de gravidade: a posição do centro de gravidade d da área inteira $XPNT$, e o comprimento da linha X , se póde facilmente determinar, pelo methodo de construcção; se a linha PN se divide em duas iguaes no ponto C , o centro de gravidade do triangulo PXN cahirá á distancia de $\frac{1}{3} X$ contando do ponto C : o centro de gravidade do triangulo PXN , sendo assim determinado por construcção com exactidão geometrica, segue-se, que o centro de gravidade da área inteira $XPNT$, que he o centro commum de gravidade das áreas PXN , e $PNTP$, se póde determinar com grande precisão.

inclinação, se poderá determinar pelos methodos que temos referido.

Seria improprio, entrar em mais miudo detalhe sobre este assumpto, em huma dissertação, que não he adscripta unicamente á practica da architectura naval. Pelo que temos dito he evidente, que se póde determinar a estabilidade dos vasos, para quaesquer angulos de inclinação, com que elles se desviem da posição de equilibrio; como tambem quando os angulos forem muito pequenos. Em ambos os casos, he necessario que a posição do centro de gravidade do navio, e o da parte mergulhada, (quando o navio fluctua na posição vertical) *seja conhecida*; são necessarios em ambos os casos, methodos practicos de medir, para obter estes dous pontos. Quando os angulos de inclinação forem muito pequenos, para achar a estabilidade do navio, he necessario medir as ordenadas, (*) successivas, das larguras do navio, em nivel com a secção d'agua; e quando os angulos de depressão não são limitados á dita condição, mas sim considerados como sendo de *certa grandeza*, as medidas que se requerem, são mais complicadas; mas nem por isso sujeitas a mais erros, na execução, do que no primeiro caso, em que os angulos se consideraõ desvanecentes.

Os theoremas fundados na condição, de serem *desvanecentes* os angulos de inclinação, satisfazem completamente aos principios, em que se funda a estabilidade do navio, quando elle adorna por hum angulo muito pequeno, ou desvanecente; elles aliás determinaõ tambem quando os navios, ou outros vasos fluctuaõ no estado permanente de huma dada posição de equilibrio; ou haõ de revirar, e emborcar-se; mas esta, apenas, póde ser huma condição, que faça objecto a respeito dos navios, porque estes são construidos de maneira, que fluctuaõ, ou bóyaõ em huma posição vertical de equilibrio; inda antes de terem o lastro, ou a carga dentro.

Mr. Rome na sua estimavel Obra de Architectura Naval; que tem por titulo: *L'Art de la Marine*, publicada em París, no

(*) Chapman Cap. I. Clairbois Architect. Nav. Part. II. Sect. I.

no anno de 1787 , refere (pag. 106.) que o navio de linha de 74 , chamado o Scipião , que foi lançado do estaleiro ao mar em Rochefort , no anno de 1779 , logo que nadou no seu fundo competente , se levantou hum suspeita , de que era falto de estabilidade ; para fazer a prova disto , se tirou a artilharia de hum bordo , e se passou toda para o outro ; em consequencia , o navio adornou , 13 pollegadas (provavelmente tomada a medida na maior largura dos lados do navio) ajuntando o pezo dos homens correspondentes para a mesma bórda , a altura do adorno chegou a 24 pollegadas.

E sendo este hum gráo de instabilidade , que he o *maximo* , que se póde admittir em hum navio de guerra , o navio se determinou ficar dentro do porto ; até que se remediasse de algum modo o defeito , que se acabava de descobrir.

Mr. Rome continua a referir as differentes opiniões dos Engenheiros constructores , sobre a causa da imperfeição do navio , e o remedio com que se intentou corrigir. O primeiro Constructor , que foi mandado de París para Rochefort , para dirigir as medidas , que se deviaõ tomar nesta occasião , e para corrigir falta semelhante , que podesse haver nos dous navios de guerra , o Hercules , e o Plutão , foi de parecer que a estabilidade do navio Scipião se augmentaria o preciso , alterando a qualidade , e arrumação do lastro. O lastro original do Scipião fôra de 84 toneladas de ferro , e 100 toneladas de pedra ; segundo o novo arranjo do primeiro Constructor , o lastro foi composto de 198 toneladas de ferro , e 122 de pedra.

Mas como hum navio de guerra , não admittre hum tal alteração no total deslocamento , ou volume mergulhado , que possa compensar hum accrescimo de 136 toneladas , no pezo do lastro , a quantidade de agua , com que o navio foi favorecido se diminuiu pelo pezo de 136 toneladas.

Esta alteração teve necessariamente o seu effeito de abaixar o centro de gravidade do navio , e portanto o de augmentar a sua estabilidade ; mas a final este augmento não foi sufficiente , tendo sido a diminuição do adorno , contado no lado do navio , *sómente de 4* pollegadas. Depois destas , e outras inuteis tentativas , o defeito , ou a falta de estabilidade , foi remediado applicando-

T

se-

se-lhe huma cinta , ou embono de madeiras leves ao costado exterior do navio , de hum pé até quatro pollegadas de grosso , extendendo-se por toda a linha d'agua , e a 10 pés para baixo della.

Este facto mostra que a theoria da estabilidade, limitada aos casos, em que os angulos de inclinação , ou adornamento são muito pequenos , não se póde adoptar como sufficiente para determinar a estabilidade requerida dos navios , conforme a pratica da navegação.

Deve suppor-se que o pezo , e dimensões de cada parte deste navio , foram exactamente conhecidas dos constructores ; inda que observamos , que a instabilidade , não foi certamente determinada , mas sómente suspeitada existir , quando o navio a primeira vez se poz em nado ; e depois de ter sido descoberto este defeito pela experiencia , que acabamos de referir ; a causa se procurou , mas em vão , e o remedio se achou depois de tempo , mais por acaso , do que por principios , e conhecimentos ; cuja applicação o dirigisse.

Parece permittido , suppor , que se as regras para determinar a estabilidade correspondente à quaesquer angulos de adornamento , ou inclinação do navio , do modo que praticamos (paginas 65.) , e se tem demonstrado (paginas 28.) , se applicassem á questão do presente caso , elles terião descoberto que hum erro nas fórmulas (*) dadas , para os lados do navio , fôra a causa da falta de estabilidade , e terião suggerido a emenda conveniente.

A força de estabilidade, pela qual os navios , quando são inclinados ao redor do eixo maior por differentes angulos , que os desviao da posição do equilibrio , sollicitao o tornar a ganhar esta posição , se deve considerar em dous pontos de vista a respeito do movimento dos navios no mar.

I.º

(*) Mr. Rome observou (pag. 108) , que a falta de estabilidade no Scipião , não foi occasionada por falta de largura na linha d'agua , pois que outros navios da mesma força , como o Magnifico , o Sceptro , o Minotauro , o Intrepido , cujas larguras eram as mesmas , ou inda menos , que a do Scipião , podião com o seu pano perfeitamente bem.

1.º A respeito da resistencia, pela qual se faz opposição a huma força, que tende a inclinar o navio, por exemplo, a do vento; em cujo caso a estabilidade do navio, e o impulso do vento constituem huma especie de equilibrio, por tanto tempo, quanto o vento continua na mesma intensão.

2.º A força de estabilidade, se deve considerar, como actuando no navio, para o restituir á sua posição vertical, depois que cessa a força, pela qual elle foi inclinado, ou lançado á banda; o navio sendo continuamente impellido, pela força de estabilidade se revolve ao redor de hum eixo horizontal, que passa pelo centro de gravidade com huma velocidade accelerada, até, que chega á posição vertical; e depois com huma velocidade continuamente retardada, até chegar á *maxima inclinação* no lado opposto.

Este jogar do navio com acceleração alternada, pela retardação da velocidade angular, evidentemente depende da força, pela qual o movimento angular he gerado; isto he da força de estabilidade, e da sua variação, correspondendo a differentes distancias, em que o navio está, da sua posição vertical; deste motivo resulta huma das principaes difficuldades na practica da Architectura naval; isto he, dar ao navio, hum gráo sufficiente de estabilidade, e ao mesmo tempo evitar os inconvenientes, que provem de huma velocidade angular de rotação, que cresce, e diminue com tanta rapidez.

He certo que a força de estabilidade, pelo que pertence á sua variação depende, maiormente da figura dada aos lados, ou costados do navio, que admittem construir-se de maneira que, (attentas as mais circumstancias) a força se accelere mais, ou menos até o seu limite.

Das questões antecedentes observamos, que os corpos fluctuantes, durante a sua inclinação, desde 0, até 90.º, passam por huma posição de equilibrio, na qual a força de estabilidade se torna desvanecente: nos outros corpos não tem lugar o limite desta especie; differença, que depende parte das suas fôrmas, e parte da disposição dos centros de gravidade dos solidos, e da dos volumes mergulhados. Seria mais completo, considerar em geral os effeitos produzidos no movimento dos navios, pelas dif-

ferentes proporções da sua estabilidade, quando elles recebem hum inclinação, ao redor do seu eixo maior. Se o navio fosse de hum fôrma (*) cylindrica, fluctuante com o seu eixo horizontal, as secções verticaes à este eixo, ou por outros termos, os planos, que passarem pelas perpendiculares ao dito eixo, feroẽ necessariamente circulos iguaes: Suppondo, que o centro de gravidade deste cylindro he situado fóra do eixo, hum tal navio fluctuará no estado permanente, tendo o seu centro de gravidade, e o centro da secção, que passa por elle, na *mesma linha vertical*; e se hum semelhante navio for desviado da sua posição vertical, por hum força externa, elle será impellido em sentido contrario, pela força da estabilidade; a qual cresce exactamente na razão do seno do angulo de inclinação: he manifesto, por tanto que hum navio desta descripção, durante a sua inclinação, por dar a borda, não pôde chegar a hum limite, em que a força de estabilidade desvaneca (**) ao contrario deve continuamente crescer, até que a inclinação chegue a 90.º, onde será a dita força de estabilidade maior, que em outro qualquer angulo.

Convem agora considerar outro caso: Supponhamos, que a figura do navio he hum parallelepipedo rectangulo, fluctuante no *estado permanente* de equilibrio; com hum das superficies planas para cima; quando este solido for inclinado á roda do seu eixo maior, por hum angulo de 45.º grãos, a estabilidade será *desvanecente*, e a mais pequena inclinação, que exceder esta, daqui para diante, fará revirar o solido; neste caso como o vaso he inclinado gradualmente, fóra da posição vertical, a estabilidade primeiramente se augmentará, e depois diminuirá; differentemente da variação de estabilidade, no caso antecedente, quando o vaso foi supposto, ser de figura cylindrica. Aliás os navios são construidos de maneira, que du-

(*) Bem se vê que he hum caso de hypothese para clareza do assumpto.

(**) Por ser objecto da Architectura naval supprir com a força da estabilidade de fluctuação este caso da maxima inclinação.

durante huma inclinação de 0° , até 90° , não passaõ por posição alguma de equilibrio; inda que parece razão suppor, que n'alguns navios, a estabilidade se augmenta com a inclinação, até hum certo ponto, e que depois diminue quando o angulo passa a mais; quando hum navio tal, for inclinado além do limite, em que a estabilidade he hum *maximo*, entaõ a consequencia seguinte terá lugar necessariamente; (se a velocidade angular for consideravel, a rotaçãõ, ou rolo do navio, se extenderá a alargar os angulos de inclinação;) porque quando a estabilidade he mais, e mais diminuida, como se augmentaõ entaõ os angulos de inclinação, mais tempo he preciso para a força diminuida da estabilidade obrar na reacçãõ, contra a massa ponderosa do navio, a fim de o restituir á posição vertical.

He certo que o angulo, assim como a celeridade, ou retardamento da rotaçãõ do navio, dependem de outros elementos; como vem a ser na estabilidade, particularmente do peso, e guinda dos mastros, tamanho das velas, e arrumaçãõ do lastro e da carga; mas comparando os balanços do mesmo navio, por diferentes arcos, estes elementos sãõ os mesmos no em quanto que, a força de estabilidade he alterada continuamente, segundo os angulos de inclinação se augmentaõ, ou se diminuem.

Estes balanços alternados do navio em rotaçãõ de bom-bordo, a estibordo, se tem considerado como analogos ás oscillações de hum pendulo, e a fim de reduzir a huma especie de medida esta qualidade taõ effencial dos navios.

Mr. Bouguer, e outros propoem achar hum pendulo, que seja isóchrone com as oscillações de hum navio. Este problema envolve ambas estas condições, que tanto o pendulo, como o mesmo navio hajaõ de vibrar, ou oscillar por arcos, extremamente pequenos; porque de outra maneira falha a analogia inteiramente: não podendo hum corpo oscillante descrever arcos desiguaes em tempos iguaes, sem que seja impellido por forças, que sãõ na razão directa das distancias ao ponto fixo; e as oscillações de hum navio vibrando em diferentes angulos

finitos, evidentemente não são isóchronas humas com outras, porque a força de estabilidade varia em razão muito differente da das distancias ao ponto fixo; não podem ser isochronas com hum pendulo estas oscillações, sem que os arcos de vibração sejaõ de grandeza desvanecente, em cujo caso a força de estabilidade, sendo na razão directa dos angulos do afastamento da posição vertical, tem acção de produzir huma igualdade nos tempos da oscillação: o achar hum pendulo, que faça as oscillações em pequenos arcos, e isochronas ás oscillações de hum navio, debaixo destas restricções, he hum problema, que se póde resolver com sufficiente exactidão; mas sem as limitações mencionadas, he huma questão sem as condições necessárias.

Mr. Bouguer (*) no seu Capitulo que tem por titulo: *que les oscillations sont Isochrones*, não faz menção expressa destas limitações; (mas nós concedemos como provavel, que elle implicitamente assim concebeo.)

Das razões assignadas, parece seguir-se, que a fim de se formar huma opiniao satisfactoria das qualidades, e costumes de hum navio no mar, como dependentes do plano da sua construcção, se deveriaõ determinar as forças da sua estabilidade em differentes angulos de inclinação, desde o 0, até o maximo limite; especialmente a medida da maxima estabilidade, e o angulo de adornamento, em que ella tem lugar.

Nestas notas geraes a resistencia da agua, não tem sido considerada; a qual necessariamente tem algum effeito para retardar as oscillações do navio, e inda mais nos arcos maiores, do que nos menores: deve-se além disto observar, que a resistencia no balanço dos navios, he de muito differente especie, daquella que se oppoem ao seu *movimento progressivo*, pela agua; em cujo caso (**) o volume do fluido (proporcional á gran-

(*) Lib. I. Sect. III. Cap. VII.

(**) Entende-se no movimento progressivo, ou para vante.

grandeza , e á velocidade do vaso ,) he inteiramente deslocado , durante o seu movimento : no em tanto que , nos balanços do navio , ou movimento de *rotação* delle , huma muito menor quantidade de agua soffre deslocamento , por effeito das oscillações , e que em consequencia ha menos retardamento por este motivo.

Outra observação occorre por este motivo. A total estabilidade de hum navio se tem demonstrado consistir no aggregado das estabilidades de muitas secções verticaes , nas quaes se póde dividir. Deve suppor-se que o navio se inclinou ao redor do seu eixo maior , por hum angulo dado , e que o navio se restitue pelo mesmo angulo de inclinação pela força de estabilidade : Se as forças , que resultão das differentes secções não podem actuar , nas devidas proporções de cada lado do centro de gravidade , a respeito do eixo maior , o navio não tornará á sua posição de equilibrio , revolvendo-se ao redor do eixo maior ; mas inclinar-se-ha ao redor de varias linhas horizontaes , e successivas entre os eixos maior , e menor ; circumstancia , que deve produzir movimentos , e impulsos irregulares , a que hum navio bem construido não está aliás sujeito.

A theoria da Estatica , e da Mechanica foi , segundo julgo , primeiramente applicada á construcção , e governo do navio , pelo fim do Seculo. passado , em huma Obra intitulada : *Theoria da Construcção dos Navios* , pelo Padre Paulo Hoste , impressa em Lyaõ no anno de 1696. Diverfos Mathematicos de primeira Ordem , tratáráõ depois este difficil objecto , particularmente Joãõ Bernulli , Bouguer , e o excellente Mr. Euler , cujo Tractado intitulado : *Theorie complete de la Construction & Manœuvre des Vaisseaux* , he huma Obra , que corresponde ao titulo ; totalmente Theorica. Nesta bem trabalhada composição , o Author não sómente deligenciou explanar as leis complicadas , que influem no movimento dos navios no mar , mas procedeo a investigar sobre os dados , que offerece hum tal assumpto ; as dimensões , e a posição das partes mais essenciaes do navio , que concorrem para lhes dar qualquer vantagem

gem possível, na prática da navegação. Diversas questões foram suggeridas pela leitura destas Obras Theoricas.

1.º Quaes das proporções, e disposições das partes do navio, que resultão da Theoria se achão concordar, ou discrepar das que até então se achavao estabelecidas na pratica da Architectura Naval.

2.º Das que se achão em discrepancia, que opiniao adequada, e satisfactoria haveria para determinar as vantagens, que resultão da adherencia ás practicas antecedentes de construcção, comparadas, com as que são deduzidas da Theorica; e finalmente se algumas formas de vasos, disposições de partes, ou outras variedades de construcção se descobrião, considerando este assumpto em huma vista Theorica; e em que gráo estas invenções se achariao vantajosas, quando se applicassem á Practica.

A Theoria, inda sem fallar (*) nos principios geometricos, pelos quaes se obtiverão as formas dos navios, e a disposição das suas partes mais essenciaes se póde considerar como tendo duas relações com a Architectura Naval:

1.ª A que depende de poucas leis de mechanica, he o assumpto, de que tratamos nas observações antecedentes transcrevendo:

2.ª Que he a practica da Architectura Naval que em muitas partes

(*) Tractados practicos da construcção dos navios, foram publicados por varios Autores, particularmente por Mr. Clairbois, Rome, e Chapman. Nestas uteis Obras a Theoria se applica por incidente, para explanar, e illustrar os principios da Architectura Naval; mas em nenhum destes volumes se achão as razões, e principios, como nestas minhas indagações, se ampliao pelos quaes a construcção dos navios, fundada na Theorica, se sujeitou a hum exame practico, durante as mesmas viagens. Mr. Chapman (paginas 79.) da sua Obra, (Edição de Pariz) exprime as proporções, e disposições das partes do navio, por quantidades Algebricas, as quaes com tudo, não se podem equivocar com as deducções da Theoria; porque o Author não apontou modo algum de investigação, ou encadeamento de discursos, pelos quaes estas expressões podessem ter sido deduzidas dos principios Mechanicos.

tes do mundo , he dirigida por huma especie de *Theoria* , ou regra Systematica , que os individuos se formáram para si mesmo , tirada só da experiencia , e da observação : ella he fundada nos conhecimentos experimentaes da *construcção naval* , que foram transmittidos de tempos precedentes e combinados com os mais recentes adiantamentos ; e incluem em si quaelquer inventos de industria , e habilidade , applicaveis a varias machinas , que se empregão na construcção , e governo dos navios ; pela repetida observação nas fôrmas , proporções , e aparelho dos navios , e pela attenção aos seus costumes , quando navegaõ no alto mar ; os defeitos foram remediados , as boas qualidades augmentadas , e as regras de prática por grãos estabelecidas , conforme os principios , bem entendidos ; sem maior soccorro de theorias de Mechanica , Statica , e Geometria , em que semelhantes principios são fundados : porque neste , como em outros exemplos , he bem sabido , que huma prática engenhosa ajudada por longa experiencia chega a execuções , que he muito difficil , (ás vezes mesmo impossivel) alcançar pela theoria ; por outra parte deve-se conceder , que a pura theoria , pelo que depende das leis do movimento , assumpto das investigações de Mr. Euler , e Bouguer , he de grande importancia para o adiantamento desta Sciencia ; porque mediante esta investigação , (tanto quanto o permittiaõ os dados) as qualidades do navio foram determinadas pelas suas verdadeiras causas , e explanadas pelas leis geraes ; no em tanto , que os principios derivados da méra observação , são escaçamente applicaveis , fóra daquelles casos , em que elles foram práticamente experimentados.

Fosse quaes fossem os meios , porque a Architectura Naval recebeo o seu progressivo adiantamento , parece geralmente convir-se , que a arte de construcção , no tempo presente chegou a hum grão de perfeição , que excede muito , tudo o que havia desconhecido d'antes , ou de antigos , ou de modernos ; inda que he igualmente certo , que alguns principios , (pelos quaes a construcção dos navios , he essencialmente influida) , até agora restaõ por explanar , e desenvolver.

Notaõ frequentemente os Navegantes , e tambem os Constructores , que algumas alterações , que parecem as mais insignificantes na fórma do navio ; na arrumaçãõ do lastro , na guinda dos mastros , maior , ou menor , na sua posiçãõ mais a vante , ou mais a ré , no seu panno maior , ou menor , vem a mudar totalmente os costumes do navio , de mãos em bons , e ás avessas.

Ora como estas mudanças não se pôdem attribuir a causas fortuitas , he necessario conceder , que ellas são consequencias de principios certos , e definidos , posto que em muitos casos *incognitos* , ou imperfeitamente *estimados* , por conjectura. A proporçãõ , e disposiçãõ de partes , que fazem produzir bons , ou máos effeitos no andamento dos navios , são talvez tão intrincadamente combinadas nestes exemplos , que apenas he possível pela méra observaçãõ , por mais que ella seja extensa , e variada , o dar huma razãõ satisfactoria de mudanças tão remarcaveis : deve-se aliás saber , que alguns dos dados , em que se funda a theoria da *Architectura* naval , sendo imperfeitamente conhecidos , particularmente , as leis das diversas *resistencias* ao movimento do navio (*) seria arriscado o

con-

(*) As leis das resistencias , que soffrem os corpos movidos no fluido , e que variaõ na razãõ duplicada das velocidades do movel , ou por outra expressãõ , como os quadrados das velocidades , forãõ demonstradas por Isaac Newton no Livro II. do seu *Principia Mathematica* , restringindo-se á condiçãõ do caso particular , em que o movimento do corpo he extremamente vagaroso , e o fluido perfeitamente comprimido. Com estas condições a pressãõ , que resiste ao movimento do corpo , he exactamente compensada pela pressãõ da parte posterior , e por conseguinte a unica força opposita ao movimento do corpo , he sómente a do fluido , o qual he deslocado , no em tanto que , o corpo passa por entre elle : porque a resistencia da fricçãõ , que depende da velocidade do corpo , deve ser em hum sentido Physico desvanecente , quando o movimento he muito vagaroso. He evidente que a theoria das resistencias , fundada nestes principios , não se deve applicar á soluçãõ dos casos , em que a velocidade he muito augmentada , sem grande cuidado , e circumspecçãõ ; porque pelo augmento da velocidade começaõ a

obrar

confiar em induções *à priori* para explanar este assumpto. Estas difficuldades virão a parecer inda maiores, se considerarmos, que as causas, que influem no movimento dos navios no mar, não são independentes, e separadas, mas obraão assim umas nas outras, como tambem immediatamente sobre o movimento do navio: por tanto, se a posição do centro de gravidade he alterada, mudando-se o lastro, ou carga mais para à proa, ou para à poppa, esta alteração terá o effeito de mudar a linha d'agua carregada, e a fôrma da parte mergulhada do

na-

- obrar tres differentes forças, das quaes a theoria de Newton não faz conta; vem a ser a pressão na parte anterior do corpo, a pressão na parte posterior, e a resistencia ou fricção. A pressão na parte anterior virá a ser hum quantidade constante, e invariavel por tanto tempo, quanto o corpo movel continuar na mesma profundidade. A pressão da parte posterior dependerá da velocidade do movel, e quando a velocidade he $= 0$, esta pressão será precisamente igual, e opposta á que actúa na parte anterior. E com tudo quando a velocidade do movel he igual áquella, com que o fluido se arroja a encher o espaço que o solido deixou, a pressão na parte posterior será $= 0$, e de consequencia todas as pressões na superficie posterior, correspondentes ás velocidades intermedias, se devem achar entre estes limites. Quando são lisas as superficies do corpo movel, he de suppor-se, que os effeitos da fricção não serão muito consideraveis.

Esta opiniaõ he *reprovada*, e com assaz de razão, para todo aquelle, que consultar a relação das experiencias (que se executáraõ com todo o cuidado) sobre corpos movidos na agua, feitas debaixo da direcção da *Sociedade do Adiantamento da Architectura Naval*, e publicada por ordem da mesma Sociedade. Eu examinei estas experiencias com todo o cuidado, e attenção especialmente, as que foraõ feitas com os parallelepipedos notados na relação, com as letras *A, B, &c.*, e achei que, posto que as superficies do corpo movel eraõ forradas de pranchas muito lisas, a resistencia da fricção foi igual a hum pezo de noventa libras em hum superficie de 258 pés quadrados, quando o corpo se movia com hum velocidade de 8 pés por segundo. Vê-se além disto pelos methodos de calculo, fundados na regra de Newton, para descrever hum parabola que passe por differentes pontos dados, situados no mesmo plano, e applicada ás experiencias a cima referidas, que a resistencia da fricção varia segundo as potencias da velocidade, que se não pódem exprimir, por menor expoente, que dos cubos; vem a ser

se

navio ; por conta do que , a resistencia opposta pela agua ; ao movimento do navio , deve necessariamente mudar-se ; o centro de gravidade da parte mergulhada será tambem differentemente situado ; o que vem a combinar com a alteração do centro de gravidade do navio , e a linha d'agua , para augmentar , ou diminuir a estabilidade do navio ; e se deve addicionar , que a inclinação dos mastros , e vélas com o horizonte , e a direcção , em que o vento o impelle , haveráõ de soffrer mudança pela mesma causa.

In-

se z indica a resistencia da fricção , e u denota a velocidade , a resistencia requer huma equação da fórma $z = au + bu^2 + cu^3$, na qual a, b, c , são quantidades constantes : a força aliás de pressão na superficie posterior , he exprimida por huma equação igualmente composta , a estas difficuldades , se ha de accrescentar outra , que he a da resistencia , que varia com a profundidade , do corpo movel , conforme se mostra pelas experiencias relativas a ella. Destas considerações parece manifesto , que as indagações sobre a Architectura naval , fundadas na theoria do movimento , que tenha em conta a resistencia da agua (considerando a velocidade tal qual , usualmente tem os navios velejados) , deve involver expressões algebricas tão complicadas , que tornem as soluções muito difficeis ; e talvez impossiveis , para deduzir conclusões práticas de uso : por este modo de considerar o objecto. Euler , e Bouguer , que intentáraõ applicar a theoria das resistencias á Architectura naval , suppoem a resistencia na razão duplicada das velocidades ; lei esta evidentemente differente daquella , segundo a qual os navios no mar soffrem a resistencia do meio , porque se movem , e hum destes eminentes Authores (*) receia , que talvez esta theoria não he tão perfeita , que se possa ter confiança nella , para determinar o movimento do navio no mar. Não obstante os obstaculos , que se offerecem das leis complicadas da resistencia , e da fricção , os principios geraes que se tem investigado nas obras destes Authores , são sem dúvida capazes de se applicarem á solução de muitas difficuldades , que occorrem , concernentes ao assumpto da Architectura Naval , e se deve dar o devido desconto para estas forças irregulares , que se não pódem incluir nas soluções theoricas.

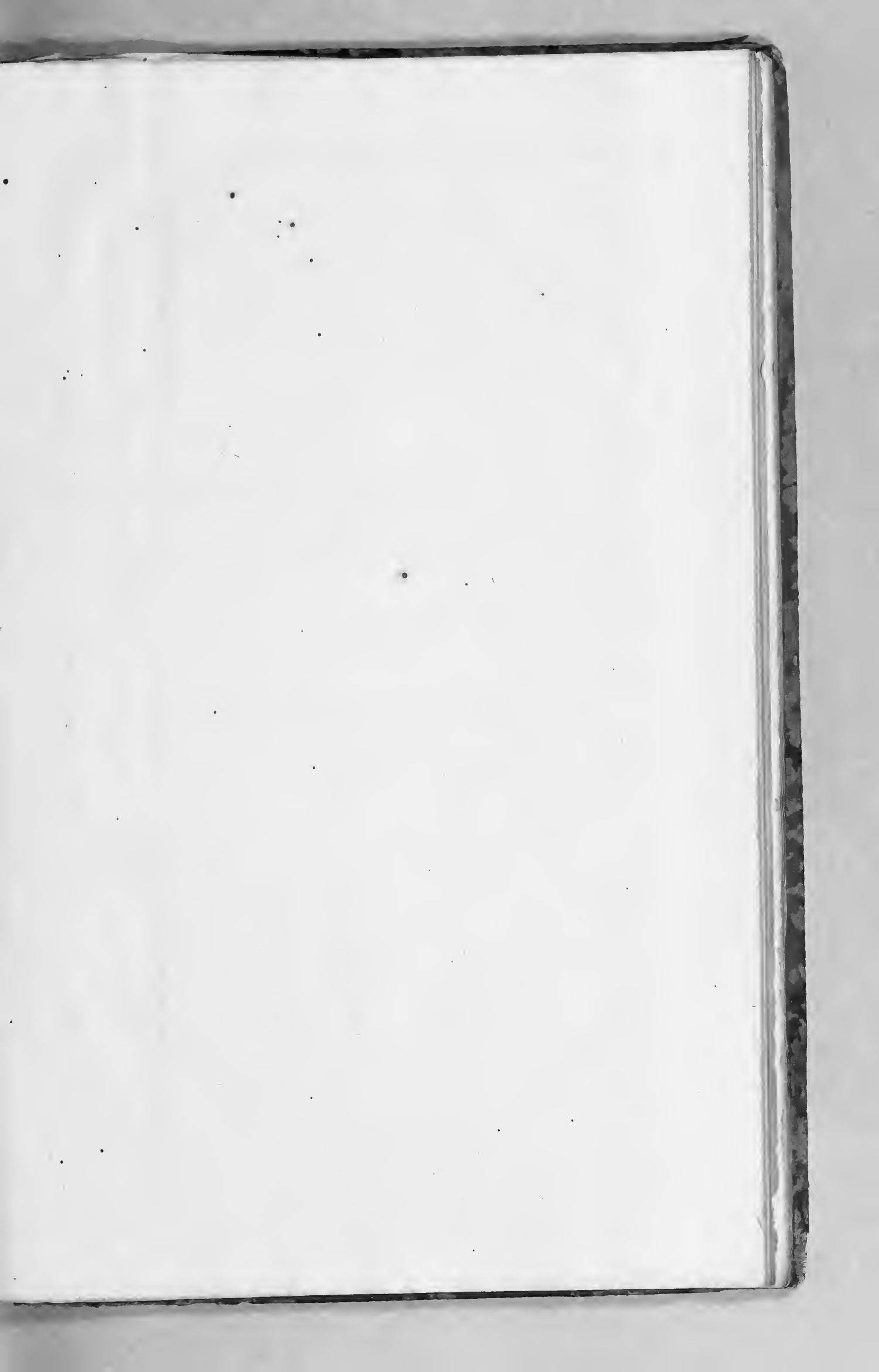
(*) Euler , *theorie complete de la construction*.

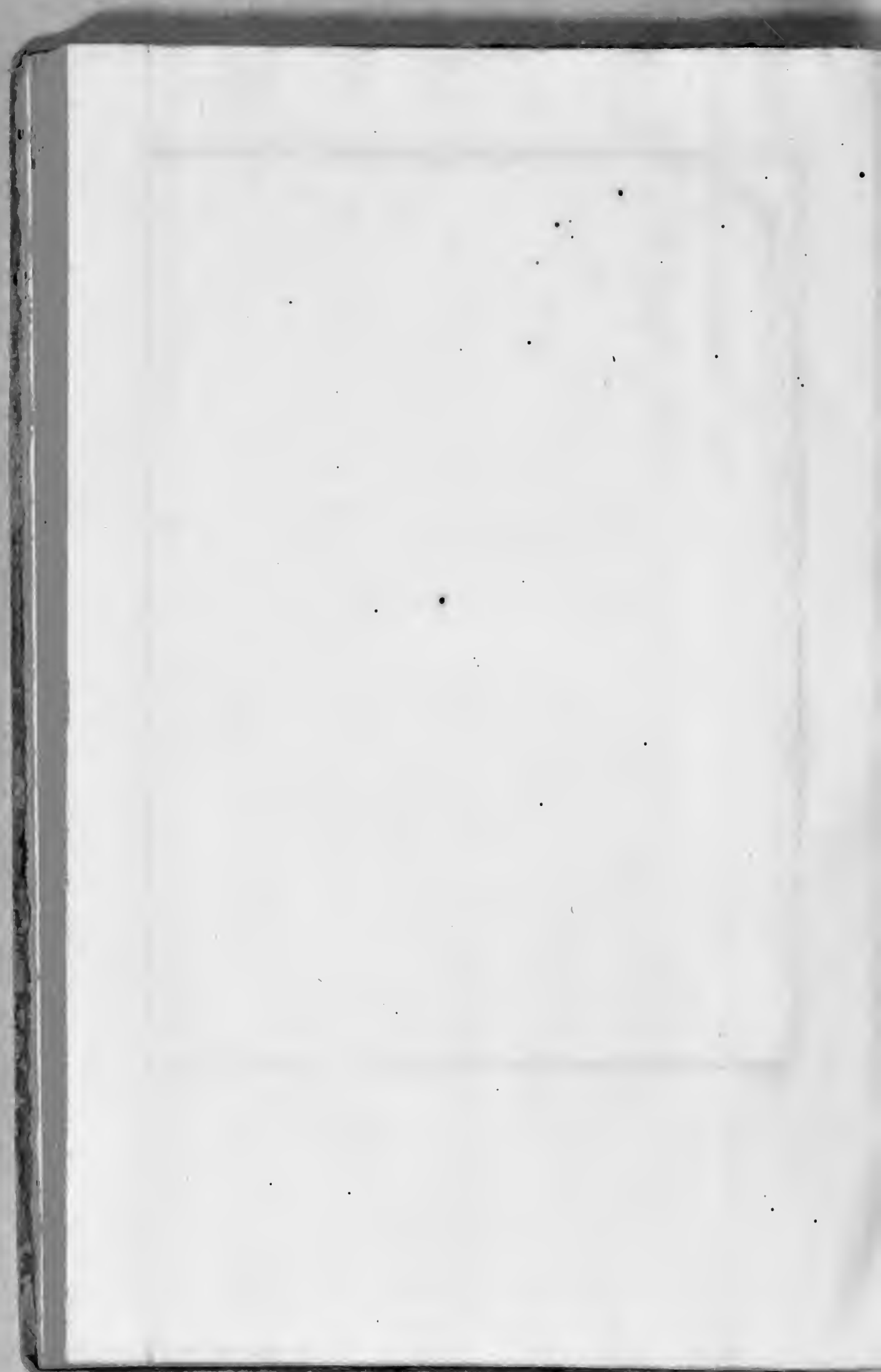
Inda que a Theoria só , não he bastante para a solução destas difficuldades , com tudo combinada com as experiencias , e observações , se devem empregar com grande vantagem , provavelmente , nestas indagações. Se as proporções , e dimensões adoptadas na construcção de certos navios individuaes se obtiverem por medidas Geometricas , e calculos fundados em os mesmos principios , e se fizerem observações sobre elles ; as experiencias desta especie , sufficientemente diversificadas , e ampliadas , parece que serão os fundamentos proprios , em que a Theoria se deva fundar para a applicação effectiva de reduzir a systema estas intrincadas , subtilezas , e ás vezes imperceptiveis causas , que contribuem a communicar o maximo gráo de excellencia aos navios de qualquer especie , e descripção. Porque considerando-se , que a Architectura Naval , he reconhecida como hum ramo de sciencia prática , cada viagem fórma huma experiencia , ou ao menos huma como serie de experimentos , dos quaes se podem deduzir verdades uteis , para aperfeiçoar a arte de construcção ; as illações porém desta especie , não se podem obter , senão adquirindo hum perfeito conhecimento de todas as proporções , e dimensões de cada huma das partes do navio ; e em segundo lugar fazendo , e concordando sufficiente numero de observações das qualidades , e costumes do navio , em todas as variedades de situação , a que hum navio está sujeito na prática da navegação. (*)

F I M.

Y

(*) A Academia das Sciencias de Lisboa , tendo proposto premios para os Officiaes de navios , tanto de guerra , como de carga , que descrevessem a historia do seu navio em cada viagem , ajuntando o plano de sua construcção , e da sua linha d'agua carregada , se fez huma digna prova de ter conhecido , que a construcção de hum navio com todas as excellencias , he hum Problema , a que não bastão os methodos de equações compostas no estado mesmo adiantado , em que se achão , e que dos factos se formará o complexo geral de principios , de que depende tal objecto.





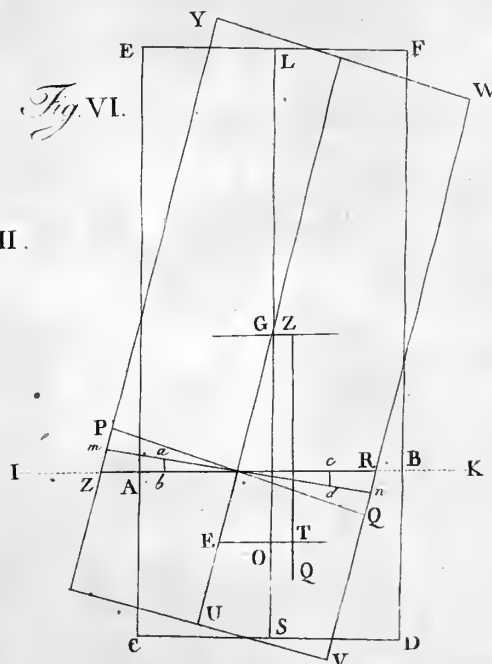
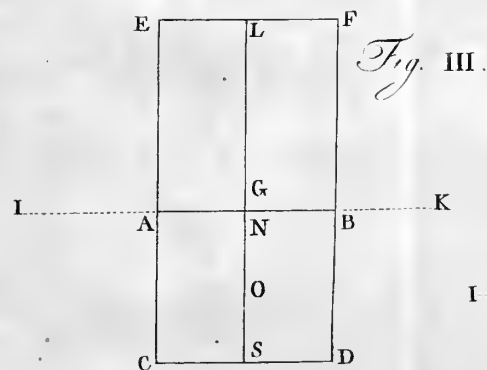
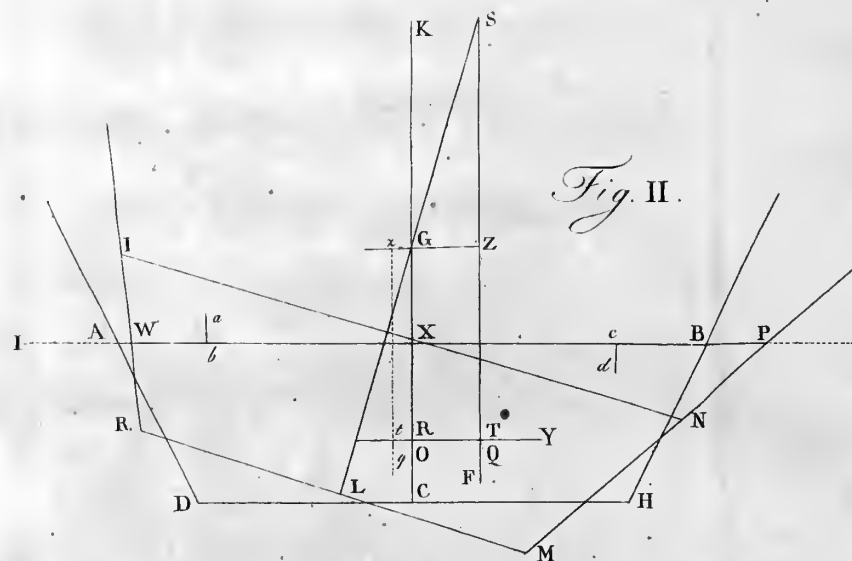
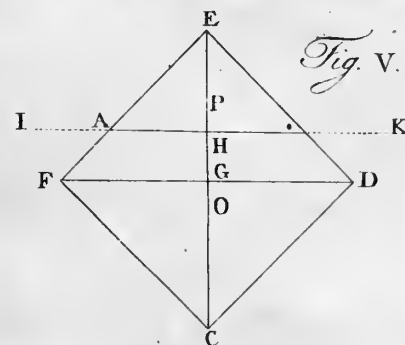
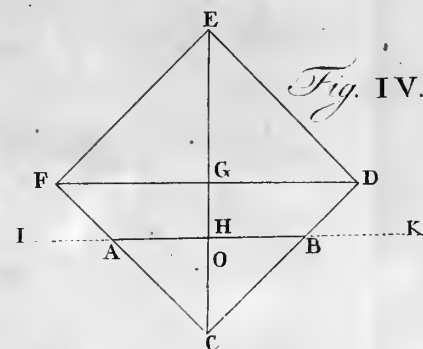
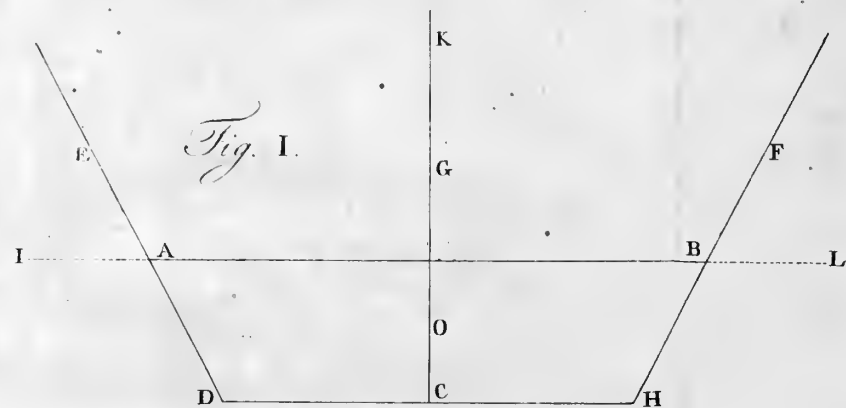




Fig. VII.

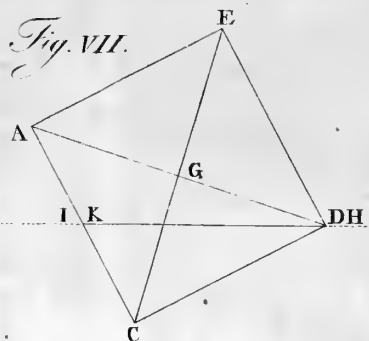


Fig. VIII.

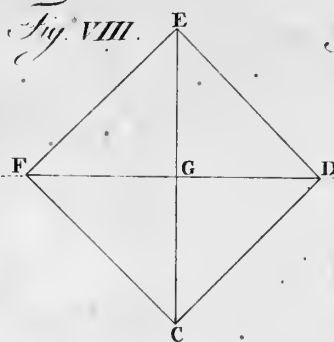


Fig. IX.

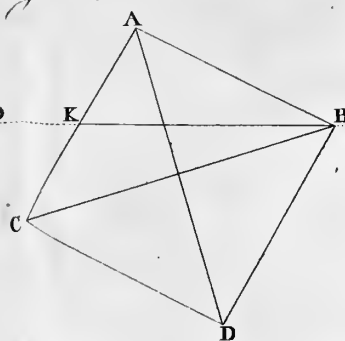


Fig. XI.

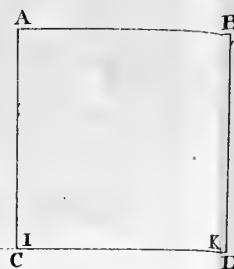


Fig. XII.

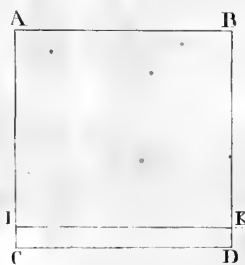


Fig. XIII.

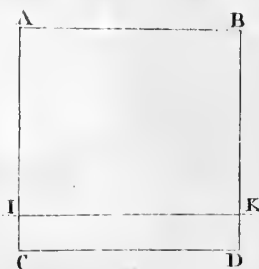


Fig. XIV.

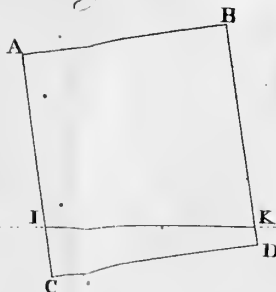


Fig. XV.

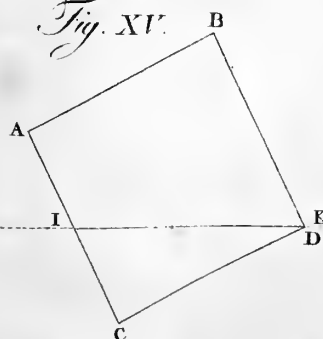
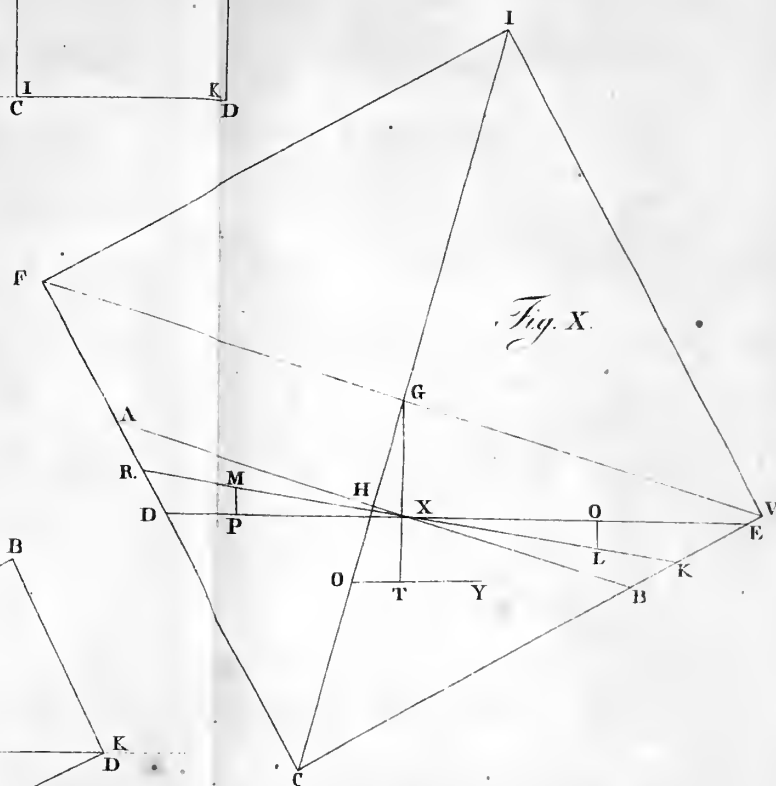


Fig. X.





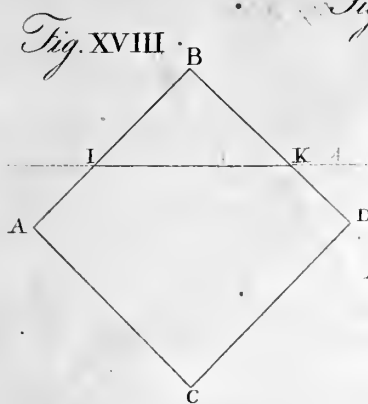
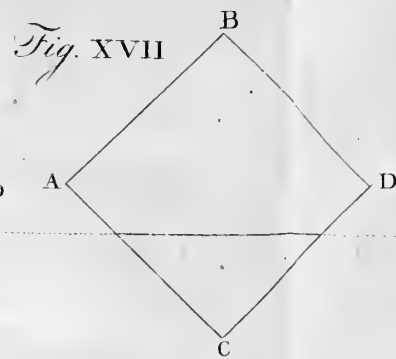
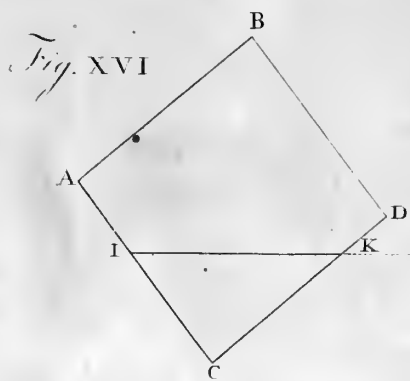


Fig. XIX

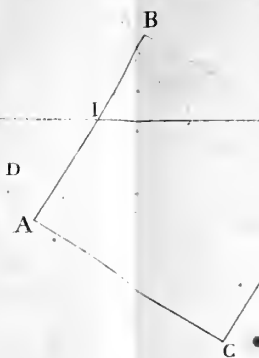


Fig. XX

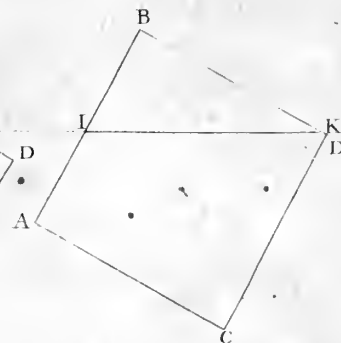


Fig. XXIII

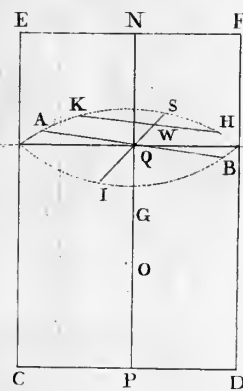


Fig. XXII

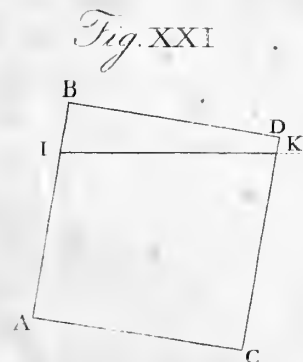
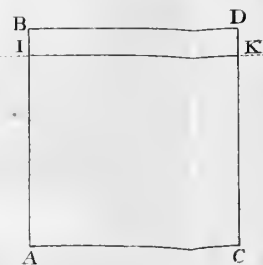
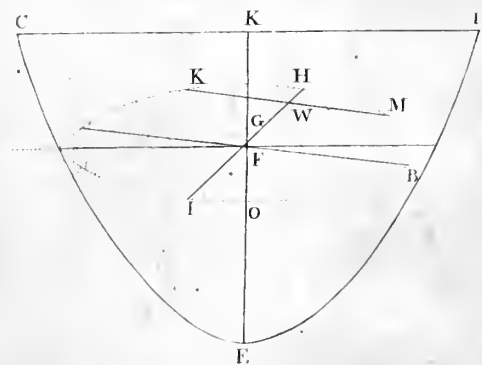


Fig. XXIV



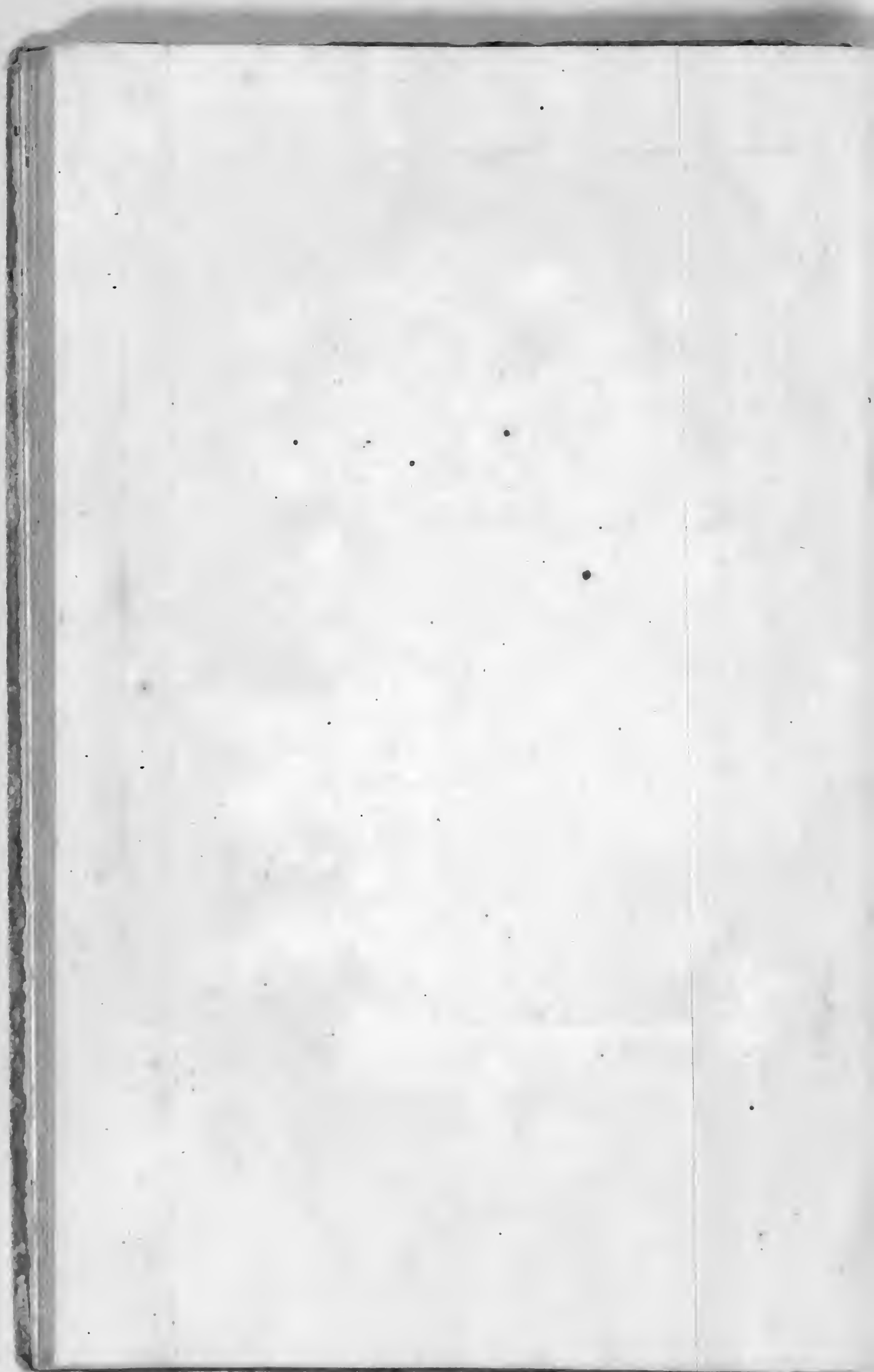


Fig. XXV.

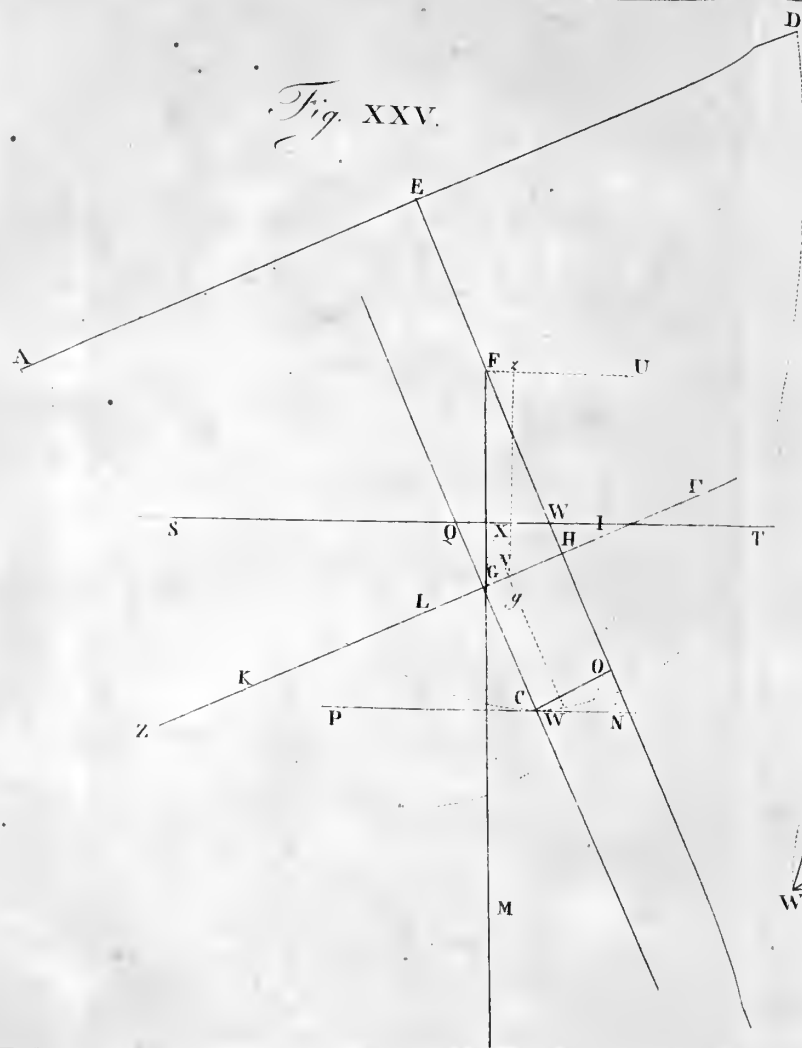


Fig. XXVI.

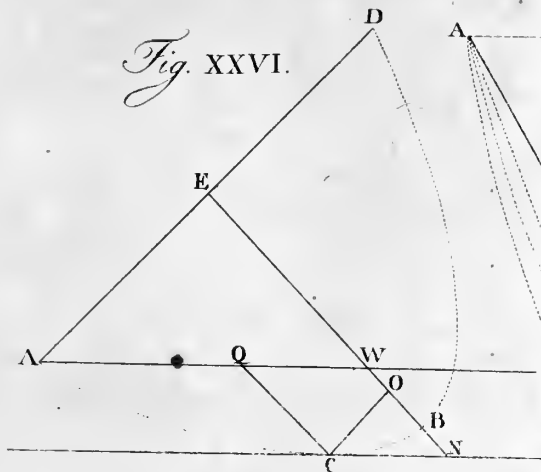


Fig. XXVII.

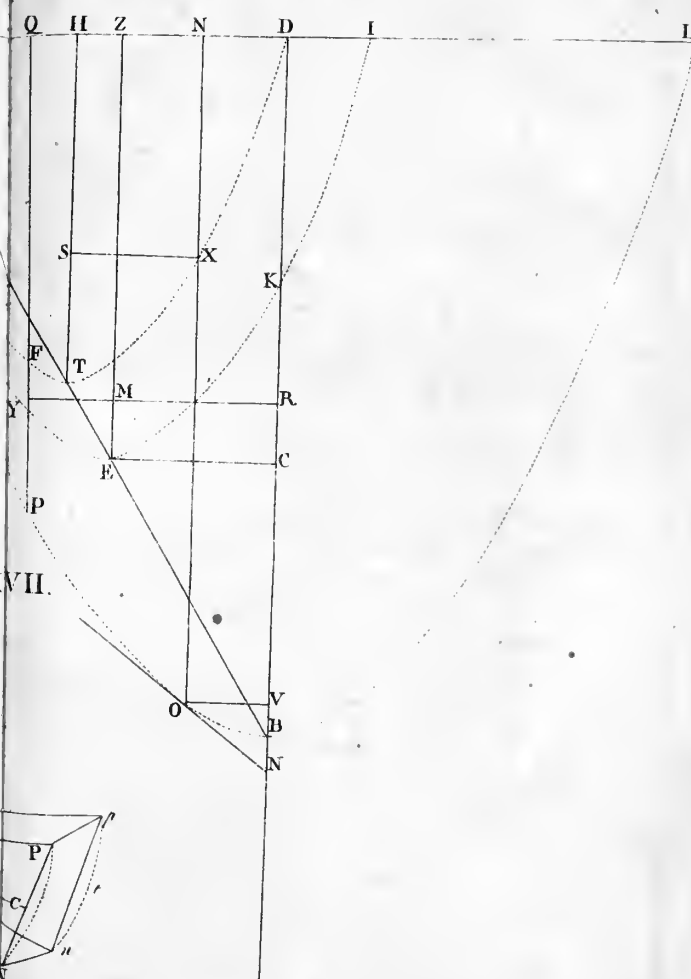
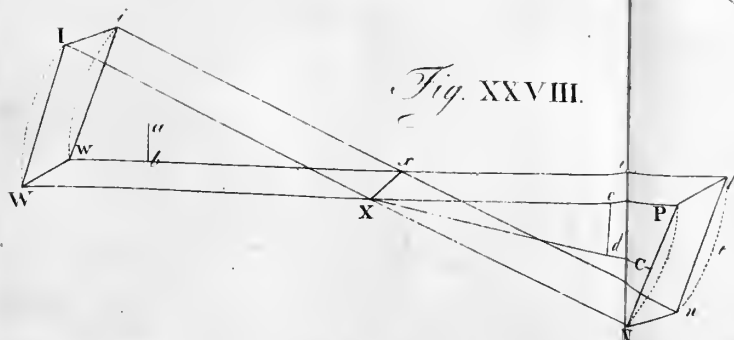
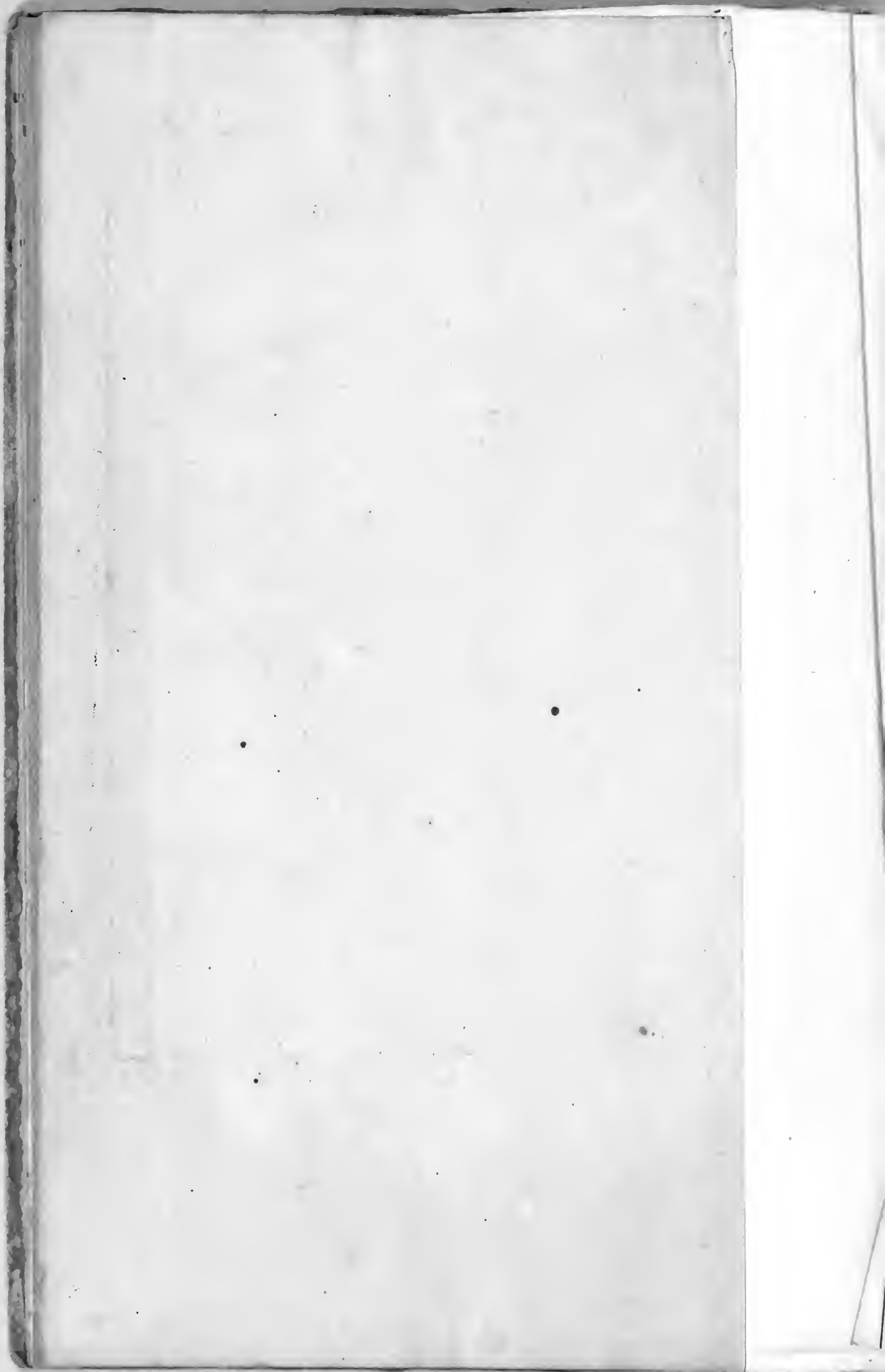


Fig. XXVIII.





93-20

D 798
A 887c
1-SIZE

500

Coll. apparently complete: (3 l.), 79 p., (1 blank l.) -
474 pls. as called for in Blake I: 293
DSD 1/20/92 10/91

